

Ministerul Educației, Cercetării și Tineretului
Centrul Național pentru Curriculum și Evaluare în Învățământul Preuniversitar

SUBIECTUL II (30p) – Varianta 067

Se consideră funcția $f : (0, +\infty) \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = \frac{1}{x} + \ln x$.

5p a) Să se calculeze $f'(x), \forall x \in (0, +\infty)$.

5p b) Să se determine ecuația tangentei la graficul funcției f în punctul $x = e$.

5p c) Să se demonstreze că $f(e) + f\left(\frac{1}{e}\right) > 2$.

5p d) Să se studieze monotonia funcției f .

5p e) Să se calculeze $\lim_{x \rightarrow \infty} [x(f(x) - \ln x)]$.

5p f) Să se determine $\alpha \in \mathbb{R}$ știind că funcția $g : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, g(x) = \begin{cases} \alpha^2 x + 1, & x \geq 1 \\ 3\alpha x + 11, & x < 1 \end{cases}$ este continuă în punctul $x = 1$.