

Ministerul Educației, Cercetării și Tineretului
Centrul Național pentru Curriculum și Evaluare în Învățământul Preuniversitar

SUBIECTUL II (30p) – Varianta 078

Se consideră funcția $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = (x-2007)(x-2008)(x-2009)$.

- 5p** a) Să se determine punctele în care graficul funcției f intersectează axa Ox .
- 5p** b) Să se arate că f' are două rădăcini reale, $x_1 \in (2007, 2008)$ și $x_2 \in (2008, 2009)$.
- 5p** c) Să se verifice identitatea $\frac{f'(x)}{f(x)} = \frac{1}{x-2007} + \frac{1}{x-2008} + \frac{1}{x-2009}, \forall x \in \mathbb{R} \setminus \{2007, 2008, 2009\}$.
- 5p** d) Să se arate că
- $$\frac{(f'(x))' f(x) - (f''(x))^2}{f^2(x)} = - \left[\frac{1}{(x-2007)^2} + \frac{1}{(x-2008)^2} + \frac{1}{(x-2009)^2} \right], \forall x \in \mathbb{R} \setminus \{2007, 2008, 2009\}.$$
- 5p** e) Să se determine asimptotele funcției $g : \mathbb{R} \setminus \{2007, 2008, 2009\} \rightarrow \mathbb{R}, g(x) = \frac{1}{f(x)}$.
- 5p** f) Să se arate că $(f'(x))^2 > f(x)(f''(x))', \forall x \in \mathbb{R} \setminus \{2007, 2008, 2009\}$.