SUBIECTUL III (30p) – Varianta 027

Pentru fiecare $n \in \mathbb{N}, n \leq 2008$, se consideră funcțiile $f_n, g_n : \mathbb{R} \to \mathbb{R}, f_n(x) = x^n \cdot (1+x)$ și $g_n(x) = x^n \cdot e^x$.

5p **a.** Să se determine $\int f_2(x)dx$.

5p **b.** Să se calculeze $\int_0^1 g_2(x)dx$.

5p **c.** Să se determine $\int \frac{g_0(x)}{g_1(x)}dx,\ x \in (0,\infty)$.

5p **d.** Să se găsească cel mai mare număr întreg *m* pentru care $\int_1^m \frac{f_1(2x)}{2x}dx \leq 10$.

5p **e.** Să se dea un exemplu, justificând alegerea făcută, de primitivă F_1 a funcției f_1 pentru care $F_1(1) \in \mathbb{Z}$.

5p **f.** Să se arate că, pentru orice $a \in (0,1)$, este adevărată inegalitatea $\int_0^a g_{2007}(x)dx \geq \int_0^a g_{2008}(x)dx$.