

Ministerul Educației, Cercetării și Tineretului
Centrul Național pentru Curriculum și Evaluare în Învățământul Preuniversitar

SUBIECTUL III (30p) – Varianta 038

Pentru orice $m, n \in \mathbb{N}^*$ se notează $I_n = \int_0^1 x^n dx$, $J_n = \int_0^n x dx$, $K_{m,n} = \int_0^m x^n \cdot e^x dx$.

- 5p** a. Să se arate că $(I_1 + J_1) \in \mathbb{Z}$.
- 5p** b. Să se determine numărul întreg a pentru care $a \cdot I_2 = J_2$.
- 5p** c. Să se arate că pentru orice $n \in \mathbb{N}^*$ sunt adevărate inegalitățile $I_{n+1} \leq I_n \leq J_n$.
- 5p** d. Să se determine $n \in \mathbb{N}^*$ pentru care $\frac{1}{I_1} + \frac{1}{I_2} + \dots + \frac{1}{I_n} = 14$.
- 5p** e. Să se determine cel mai mare număr natural nenul n pentru care $\frac{J_1}{1} + \frac{J_2}{2} + \dots + \frac{J_n}{n} \leq 14$.
- 5p** f. Să se arate că are loc relația $K_{2,1} > K_{1,2}$.