

**Ministerul Educației, Cercetării și Tineretului**  
**Centrul Național pentru Curriculum și Evaluare în Învățământul Preuniversitar**

**SUBIECTUL III (30p) – Varianta 050**

Fie funcțiile  $f : (0, \infty) \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f(x) = x^2 + \sqrt{x}$  și  $h_{p,q} : (0, \infty) \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $h_{p,q}(x) = p \cdot x + \frac{q}{\sqrt{x}}$ ,  $p, q \in \mathbb{Q}$ .

- 5p** a. Să se determine  $p, q \in \mathbb{Q}$  pentru care  $f$  este o primitivă a funcției  $h_{p,q}$ .
- 5p** b. Să se arate că  $\int_1^2 f(x^2) dx < 8$ .
- 5p** c. Să se arate că dacă  $F : (0, \infty) \rightarrow \mathbb{R}$  este o primitivă a funcției  $f$ , atunci  $F(\sqrt{2}) < F(\sqrt[3]{3})$ .
- 5p** d. Să se arate că pentru orice  $m \in \mathbb{Z}$ , există  $p \in \mathbb{Q}$  astfel încât  $\int_1^3 h_{p,0}(x) dx = m$ .
- 5p** e. Să se dea un exemplu, justificând alegerea făcută, de funcție neconstantă  $g : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  pentru care  $\int_{-1}^1 g(x) dx \in \mathbb{Z}$ .
- 5p** f. Să se arate că există  $p, q \in \mathbb{Z}^*$  astfel încât  $\int_1^4 h_{p,0}(x) dx = \int_1^4 h_{0,q}(x) dx$ .