

Ministerul Educației, Cercetării și Tineretului
Centrul Național pentru Curriculum și Evaluare în Învățământul Preuniversitar

SUBIECTUL III (30p) – Varianta 054

Se consideră funcțiile $f, g : (0, +\infty) \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = \sqrt[3]{x}$ și $g(x) = \frac{1}{\sqrt[3]{x^2}}$.

5p a) Să se calculeze $\int f^3(x) dx$, $x \in (0, \infty)$.

5p b) Să se calculeze $\int_1^2 f^3(x) g^3(x) dx$.

5p c) Să se arate că pentru orice primitivă F a funcției f este adevărată inegalitatea $F(2008) < F(2009)$.

5p d) Știind că $(a-b)^3 = a^3 - 3a^2b + 3ab^2 - b^3$, $\forall a, b \in \mathbb{R}$, să se calculeze $\int_1^2 (f(x) - g(x))^3 dx$.

5p e) Să se calculeze $\int_1^2 g'(x) dx$.

5p f) Să se arate că $\int_1^2 (f^2(x) + g(x)) dx \geq 2$.