

**Ministerul Educației, Cercetării și Tineretului**  
**Centrul Național pentru Curriculum și Evaluare în Învățământul Preuniversitar**

**SUBIECTUL III (30p) – Varianta 096**

Se consideră funcțiile  $f, g : (0, \infty) \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f(x) = 1 + \frac{1}{x} + \frac{1}{x^2} + \frac{1}{x^3}$  și  $g(x) = x - \frac{1}{x^3}$ .

- 5p** a) Să se demonstreze că  $(x-1)f(x) = g(x)$ .
- 5p** b) Să se arate că oricare primitivă a funcției  $f$  este crescătoare pe intervalul  $(0, \infty)$ .
- 5p** c) Să se determine primitiva funcției  $f$  al cărei grafic conține punctul  $A\left(1, -\frac{1}{2}\right)$ .
- 5p** d) Să se calculeze  $\int_1^2 x^3 f(x) dx$ .
- 5p** e) Să se demonstreze inegalitatea  $\int_a^b g(x) dx \geq 0$ , oricare ar fi  $a, b \in \mathbb{R}$ ,  $1 \leq a \leq b$ .
- 5p** f) Să se calculeze  $\int_1^e g\left(\frac{1}{x}\right) dx$ .