

**Ministerul Educației, Cercetării și Tineretului**  
**Centrul Național pentru Curriculum și Evaluare în Învățământul Preuniversitar**

**SUBIECTUL II (30p) – Varianta 041**

Fie  $M = \{x \in \mathbb{N} \mid x = a^2 + 2b^2, a, b \in \mathbb{Z}\}$ ,  $H = \{1, 2, 4, 6, 8, 9\}$  două submulțimi ale mulțimii numerelor naturale  $\mathbb{N}$  și legea de compoziție  $x * y = u.c.(x^y)$ , unde  $u.c.(x^y)$  este ultima cifră a numărului  $x^y$ , definită pe mulțimea  $\mathbb{N}^* = \mathbb{N} \setminus \{0\}$ .

- 5p** a) Să se demonstreze că  $H \subset M$ .
- 5p** b) Să se determine  $a, b \in \mathbb{N}$  pentru care  $1 = a^2 + 2b^2$ .
- 5p** c) Să se determine numărul elementelor inversabile din mulțimea  $M$  în raport cu operația de înmulțire a numerelor naturale.
- 5p** d) Să se verifice că  $9 * 2 \neq 2 * 9$ .
- 5p** e) Să se arate că pentru oricare  $x, y \in H$ , rezultă că  $x * y \in H$ .
- 5p** f) Să se determine o submulțime a mulțimii  $H$  pe care legea "\*" este comutativă.