

Ministerul Educației, Cercetării și Tineretului
Centrul Național pentru Curriculum și Evaluare în Învățământul Preuniversitar

SUBIECTUL II (30p) – Varianta 053

Pe mulțimea numerelor reale se definește legea de compoziție $x \circ y = 9xy - 3x - 3y + \frac{4}{3}$, $\forall x, y \in \mathbb{R}$.

Se consideră $H = \left[\frac{1}{3}, +\infty \right)$.

- 5p** a) Folosind eventual faptul că $x \circ y = 9\left(x - \frac{1}{3}\right)\left(y - \frac{1}{3}\right) + \frac{1}{3}$, $\forall x, y \in \mathbb{R}$, să se arate că pentru oricare $x, y \in H$, rezultă că $x \circ y \in H$.
- 5p** b) Să se determine $a \in \mathbb{R}$, astfel încât $x \circ a = a \circ x = a$, $\forall x \in \mathbb{R}$.
- 5p** c) Să se determine $b \in \mathbb{R}$, astfel încât $x \circ b = b \circ x = x$, $\forall x \in \mathbb{R}$.
- 5p** d) Să se determine mulțimea $A \subset H$, $A = \left\{ x \in H \mid \text{există } x' \in H \text{ astfel încât } x \circ x' = x' \circ x = \frac{4}{9} \right\}$.
- 5p** e) Să se demonstreze că $\left(H \setminus \left\{ \frac{1}{3} \right\}, \circ \right)$ este grup comutativ.
- 5p** f) Să se găsească două numere $a, b \in \mathbb{Q} \setminus \mathbb{Z}$ pentru care $a \circ b = 2$.