

Ministerul Educației, Cercetării și Tineretului
Centrul Național pentru Curriculum și Evaluare în Învățământul Preuniversitar

SUBIECTUL III (30p) – Varianta 027

Fie sistemul de ecuații (S)
$$\begin{cases} x + y + (a^2 + 2)z = 1 \\ x + (a^2 + 2)y + z = 1 \\ (a^2 + 2)x + y + z = 1 \end{cases}$$
 și matricea $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & a^2 + 2 \\ 1 & a^2 + 2 & 1 \\ a^2 + 2 & 1 & 1 \end{pmatrix}$, $a \in \mathbb{R}$.

- 5p** a) Pentru $a = 0$, să se calculeze $\det(A)$.
- 5p** b) Să se rezolve sistemul (S), pentru $a = 0$.
- 5p** c) Să se determine $a \in \mathbb{R}$, astfel încât $\left(\frac{1}{5}, \frac{1}{5}, \frac{1}{5}\right)$ să fie soluție a sistemului (S).
- 5p** d) Să se arate că $\det(A) < 0$, pentru oricare $a \in \mathbb{R}$.
- 5p** e) Știind că (t, u, v) este soluție a sistemului (S) să se calculeze $t + u + v$, pentru $a \in \mathbb{R}$.
- 5p** f) Să se arate că dacă (t, t, t) este soluție a sistemului (S), atunci $t \in \left(0, \frac{1}{4}\right]$.