

**Ministerul Educației, Cercetării și Tineretului**  
**Centrul Național pentru Curriculum și Evaluare în Învățământul Preuniversitar**

**SUBIECTUL III (30p) – Varianta 040**

Fie matricele  $A = \begin{pmatrix} -1 & 1 \\ -1 & 1 \end{pmatrix}$ ,  $I_2 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$ ,  $O_2 = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$ .

- 5p** a) Să se calculeze  $A^3$ .
- 5p** b) Să se verifice egalitatea  $I_2 + A^3 = (I_2 + A)(I_2 - A)$ .
- 5p** c) Să se arate că  $\det(aI_2 + aA) \geq 0$  pentru oricare  $a \in \mathbb{R}$ .
- 5p** d) Să se arate că, pentru oricare  $a \in \mathbb{R}$ , matricea  $I_2 + aA$  este inversabilă.
- 5p** e) Să se arate că, pentru oricare  $a \in \mathbb{R}$ , există  $b \in \mathbb{R}$ , astfel încât  $(I_2 + aA)(I_2 + bA) = I_2$ .
- 5p** f) Să se determine matricele  $X = \begin{pmatrix} x & y \\ -x & -y \end{pmatrix} \in \mathcal{M}_2(\mathbb{R})$  cu proprietatea că  $XA = O_2$ .