

Ministerul Educației, Cercetării și Tineretului
Centrul Național pentru Curriculum și Evaluare în Învățământul Preuniversitar

SUBIECTUL III (30p) – Varianta 091

Se consideră matricele $A = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}$, $I_3 = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$ și mulțimea M a matricelor $X \in \mathcal{M}_3(\mathbb{Z})$ cu

proprietatea că determinantul matricei X este un număr impar.

5p a) Să se arate că $A \in M$.

5p b) Să se calculeze $A - 2I_3$.

5p c) Să se arate că $A^3 = I_3$.

5p d) Să se arate că $A^{-1} \in M$, unde A^{-1} este inversa matricei A .

5p e) Fie $B = \begin{pmatrix} 2a-1 & a & 2 \\ -1 & a+1 & 0 \\ 2 & 1 & 1 \end{pmatrix}$. Să se arate că $B \in M$ oricare ar fi $a \in \mathbb{Z}$.

5p f) Să se determine matricele $Y \in \mathcal{M}_3(\mathbb{R})$ cu proprietatea că $A \cdot Y = Y \cdot A$.