

**Ministerul Educației, Cercetării și Tineretului**  
**Centrul Național pentru Curriculum și Evaluare în Învățământul Preuniversitar**

**SUBIECTUL III (30p) – Varianta 092**

Se consideră matricele  $A = \begin{pmatrix} 2 & 2 & 2 \\ 2 & 2 & 2 \\ 2 & 2 & 2 \end{pmatrix}$ ,  $B = \begin{pmatrix} -2 & 1 & 1 \\ 1 & -2 & 1 \\ 1 & 1 & -2 \end{pmatrix}$ ,  $I_3 = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$  și mulțimea de matrice

$$M = \{X \in \mathcal{M}_3(\mathbb{R}) \mid X \cdot A = A \cdot X\}.$$

**5p a)** Să se determine  $x, y \in \mathbb{R}$ , astfel încât  $A = xB + yI_3$ .

**5p b)** Să se calculeze  $\det(A - 3I_3)$ .

**5p c)** Să se arate că  $B \in M$ .

**5p d)** Să se arate că matricea  $a \cdot A$  aparține mulțimii  $M$  oricare ar fi  $a \in \mathbb{R}$ .

**5p e)** Să se determine  $x, y, z \in \mathbb{R}$  pentru care  $(B + A) \cdot \begin{pmatrix} x & 0 & 0 \\ 0 & y & 0 \\ 0 & 0 & z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 0 \end{pmatrix}$ .

**5p f)** Să se arate că dacă  $X, Y \in M$ , atunci  $X + Y \in M$ .