SUBIECTUL III (30p) – Varianta 093

Se consideră matricele $A=\begin{pmatrix}1 & 2 & 3\\ 0 & 1 & 4\\ 0 & 0 & 1\end{pmatrix}$, $I_3=\begin{pmatrix}1 & 0 & 0\\ 0 & 1 & 0\\ 0 & 0 & 1\end{pmatrix}$, $O_3=\begin{pmatrix}0 & 0 & 0\\ 0 & 0 & 0\\ 0 & 0 & 0\end{pmatrix}$ şi mulțimea de matrice $M=\left\{B\in\mathcal{M}_3(\mathbb{R})\ \middle|\ B=\begin{pmatrix}0 & a & 3\\ 0 & 0 & b\\ 0 & 0 & 0\end{pmatrix}\right\}$.

5p **a)** Ştiind că $B\in M$, să se calculeze $\det(A)+\det(B)$.

5p **b)** Să se arate că $A-I_3\in M$.

5p **c)** Să se verifice că $B^3=O_3$, oricare ar fi $B\in M$.

5p **d)** Fie $C=\begin{pmatrix}2 & -4 & 10\\ 0 & 2 & -8\\ 0 & 0 & 2\end{pmatrix}$. Să se determine $a\in\mathbb{R}$ astfel încât matricea aC să fie inversa matricei A.

5p **e)** Să se determine matricea $X\in\mathcal{M}_{3,1}(\mathbb{R})$ pentru care $A\cdot X=\begin{pmatrix}11\\ 10\\ 2\end{pmatrix}$.

5p **f)** Să se determine matricele $B\in M$, cu $a,b\in\{0,1,2\}$ ştiind că verifică egalitatea $B^2=O_3$.