SUBIECTUL III (30p) – Varianta 094

Fie mulțimea de matrice $M = \left\{ A(a,b,c) \in \mathcal{M}_3(\mathbb{R}) \;\middle|\; A(a,b,c) = \begin{pmatrix} a & b & c \\ c & a & b \\ b & c & a \end{pmatrix} \right\}$ şi matricea $I_3 = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$.

5p **a)** Să se arate că matricea $I_3 + A(1,2,3)$ aparține mulțimii M.

5p **b)** Să se determine $x, y, z \in \mathbb{R}$ astfel încât matricea $B = \begin{pmatrix} 2x-3 & 2 & y \\ 5 & y-2 & 2 \\ 4-z & 5 & 8-y \end{pmatrix}$ să aparțină mulțimii M.

5p **c)** Să se calculeze $\begin{vmatrix} 1 & 2 & 4 \\ 4 & 1 & 2 \\ 2 & 4 & 1 \end{vmatrix}$.

5p **d)** Să se arate că matricea $C = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 3 & 1 & 2 \\ 2 & 3 & 1 \end{pmatrix}$ aparține mulțimii M.

5p **e)** Să se determine $x \in \mathbb{R}$ astfel încât $\det\left(A(1,2,0) + xI_3\right) = 0$.

5p **f)** Să se arate că dacă $X = \begin{pmatrix} x & y & z \\ z & x & y \\ y & z & x \end{pmatrix} \in M$, atunci $X^2 \in M$.