

SUBIECTUL I (30p)**Varianta 1**<http://www.pro-matematica.ro>

- 5p** 1. Să se determine numărul natural x din egalitatea $1 + 5 + 9 + \dots + x = 231$.
- 5p** 2. Să se rezolve în mulțimea numerelor reale inecuația $2x^2 - 5x + 3 \leq 0$.
- 5p** 3. Să se determine inversa funcției bijective $f : (0, \infty) \rightarrow (1, \infty)$, $f(x) = x^2 + 1$.
- 5p** 4. Se consideră mulțimea $A = \{1, 2, 3, \dots, 10\}$. Să se determine numărul submulțimilor cu trei elemente ale mulțimii A , care conțin elementul 1.
- 5p** 5. Să se determine $m \in \mathbb{R}$, astfel încât distanța dintre punctele $A(2, m)$ și $B(m, -2)$ să fie 4.
- 5p** 6. Să se calculeze $\cos \frac{23\pi}{12} \cdot \sin \frac{\pi}{12}$.

SUBIECTUL I (30p)**Varianta 2**<http://www.pro-matematica.ro>

- 5p** 1. Să se arate că numărul $(1-i)^{24}$ este real.
- 5p** 2. Să se rezolve în mulțimea numerelor reale ecuația $\frac{3x-1}{x+1} + \frac{x+1}{2x-1} = 3$.
- 5p** 3. Să se determine inversa funcției bijective $f : \mathbb{R} \rightarrow (1, \infty)$, $f(x) = e^x + 1$.
- 5p** 4. Să se determine probabilitatea ca, alegând un număr \overline{ab} din mulțimea numerelor naturale de două cifre, să avem $a \neq b$.
- 5p** 5. Să se calculeze lungimea medianei din A a triunghiului ABC , unde $A(-2, -1), B(2, 0), C(0, 6)$.
- 5p** 6. Fie vectorii $\vec{u} = m\vec{i} + 3\vec{j}$ și $\vec{v} = (m-2)\vec{i} - \vec{j}$. Să se determine $m > 0$ astfel încât vectorii \vec{u} și \vec{v} să fie perpendiculari.

SUBIECTUL I (30p)

- 5p** 1. Să se ordoneze crescător numerele $\sqrt{2}$, $\sqrt[3]{4}$, $\sqrt[4]{5}$.
- 5p** 2. Să se determine valoarea minimă a funcției $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = 4x^2 - 8x + 1$.
- 5p** 3. Să se rezolve în mulțimea numerelor reale ecuația $\lg(x-1) + \lg(6x-5) = 2$.
- 5p** 4. Să se determine probabilitatea ca, alegând un număr din mulțimea numerelor naturale de două cifre, acesta să fie pătrat perfect.
- 5p** 5. Să se determine ecuația dreptei care trece prin punctul $A(6, 4)$ și este perpendiculară pe dreapta $d : 2x - 3y + 1 = 0$.
- 5p** 6. Știind că $\sin \alpha = \frac{1}{3}$, să se calculeze $\cos 2\alpha$.

SUBIECTUL I (30p)**Varianta 4**<http://www.pro-matematica.ro>

- 5p** 1. Să se arate că numărul $\left(\frac{1}{1-i} - \frac{1}{1+i}\right)^2$ este real.
- 5p** 2. Să se arate că vârful parabolei $y = x^2 + 5x + 1$ este situat în cadranul III.
- 5p** 3. Să se rezolve în mulțimea numerelor reale ecuația $9^x - 10 \cdot 3^{x-1} + 1 = 0$.
- 5p** 4. Să se determine probabilitatea ca, alegând un număr din mulțimea numerelor naturale de trei cifre, acesta să aibă exact două cifre egale.
- 5p** 5. Să se determine $a \in \mathbb{R}$ pentru care vectorii $\vec{u} = a\vec{i} + (a+1)\vec{j}$ și $\vec{v} = -(5a-1)\vec{i} + 2\vec{j}$ sunt perpendiculari.
- 5p** 6. Să se calculeze lungimea laturii BC a triunghiului ascuțitunghic ABC știind că $AB = 6$, $AC = 10$ și că aria triunghiului ABC este egală cu $15\sqrt{3}$.

SUBIECTUL I (30p)**Varianta 5**<http://www.pro-matematica.ro>

- 5p** 1. Să se calculeze $\frac{1}{1+2i} + \frac{1}{1-2i}$.
- 5p** 2. Să se rezolve în \mathbb{Z} inecuația $x^2 - 10x + 12 \leq 0$.
- 5p** 3. Să se determine inversa funcției bijective $f : (1, \infty) \rightarrow (0, \infty)$, $f(x) = 3 \log_2 x$.
- 5p** 4. Să se determine numărul funcțiilor $f : \{1, 2, 3, 4\} \rightarrow \{1, 2, 3, 4\}$ cu proprietatea că $f(1) = f(4)$.
- 5p** 5. Să se determine coordonatele vârfului D al paralelogramului $ABCD$ știind că $A(-2, 9), B(7, -4), C(8, -3)$.
- 5p** 6. Triunghiul ABC are $B = \frac{\pi}{3}$ și lungimea razei cercului circumscris egală cu 1. Să se calculeze lungimea laturii AC .

SUBIECTUL I (30p)**Varianta 6**<http://www.pro-matematica.ro>

- 5p** 1. Să se calculeze suma tuturor numerelor naturale de două cifre care se divid cu 11.
- 5p** 2. Să se determine funcția f de gradul al doilea știind că $f(-1) = 1$, $f(0) = 1$, $f(1) = 3$.
- 5p** 3. Să se rezolve în mulțimea $(0, \pi)$ ecuația $\sin 3x = \sin x$.
- 5p** 4. Câte numere naturale de trei cifre distincte se pot forma cu elemente ale mulțimii $\{2, 4, 6, 8\}$?
- 5p** 5. Se consideră triunghiul ABC cu vârfurile în $A(1, 2)$, $B(2, -2)$ și $C(4, 6)$. Să se calculeze $\cos B$.
- 5p** 6. Să se calculeze lungimea razei cercului circumscris triunghiului ABC știind că $C = \frac{\pi}{6}$ și $AB = 6$.

SUBIECTUL I (30p)**Varianta 7**<http://www.pro-matematica.ro>

- 5p** 1. Să se calculeze modulul numărului complex $z = \frac{8+i}{7-4i}$.
- 5p** 2. Să se determine valoarea maximă a funcției $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = -x^2 + 6x - 9$.
- 5p** 3. Să se rezolve în mulțimea $[0, 2\pi)$ ecuația $\sin x = -\frac{1}{2}$.
- 5p** 4. Să se determine $n \in \mathbb{N}^*$ pentru care mulțimea $\{1, 2, \dots, n\}$ are exact 120 de submulțimi cu două elemente.
- 5p** 5. Se știe că, în triunghiul ABC , vectorii $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}$ și $\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AC}$ au același modul. Să se demonstreze că triunghiul ABC este dreptunghic.
- 5p** 6. Să se calculeze lungimea razei cercului înscris în triunghiul ABC care are lungimile laturilor egale cu 3, 4 și 5.

- 5p** 1. Să se rezolve în mulțimea numerelor complexe ecuația $z^2 = -4$.
- 5p** 2. Se consideră funcția $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = ax^2 + x + c$. Știind că punctele $A(1,2)$ și $B(0,3)$ aparțin graficului funcției f , să se determine numerele reale a și c .
- 5p** 3. Să se rezolve în mulțimea numerelor reale ecuația $\sqrt[3]{7x+1} - x = 1$.
- 5p** 4. Câte numere naturale de patru cifre distincte se pot forma cu cifre din mulțimea $\{1,3,5,7,9\}$?
- 5p** 5. Se consideră paralelogramul $ABCD$ și punctele E și F astfel încât $\overrightarrow{AE} = \overrightarrow{EB}$, $\overrightarrow{DF} = 2\overrightarrow{FE}$. Să se demonstreze că punctele A , F și C sunt coliniare.
- 5p** 6. Fie triunghiul ABC . Să se calculeze lungimea înălțimii corespunzătoare laturii BC știind că $AB = 13$, $AC = 14$ și $BC = 15$.

SUBIECTUL I (30p)**Varianta 9**<http://www.pro-matematica.ro>

- 5p** 1. Să se determine numărul natural x pentru care $1 + 3 + 5 + \dots + x = 225$.
- 5p** 2. Să se determine valorile parametrului real m știind că graficul funcției $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$,
 $f(x) = x^2 + mx - 2m$ intersectează axa Ox în două puncte situate la distanța 3.
- 5p** 3. Să se rezolve în mulțimea numerelor reale ecuația $\log_2(2^{-x+1} + 1) = x$.
- 5p** 4. Să se arate că $C_{17}^3 > C_{17}^{15}$
- 5p** 5. Fie hexagonul regulat $ABCDEF$ de latură 4. Să se calculeze modulul vectorului $\overrightarrow{AC} + \overrightarrow{BD}$.
- 5p** 6. Să se arate că $\sin^2 1^\circ + \sin^2 2^\circ + \dots + \sin^2 90^\circ = \frac{91}{2}$

SUBIECTUL I (30p)**Varianta 10**<http://www.pro-matematica.ro>

- 5p** 1. Știind că $z \in \mathbb{C}$ și că $z^2 + z + 1 = 0$, să se calculeze $z^4 + \frac{1}{z^4}$.
- 5p** 2. Să se determine funcția f de gradul întâi, pentru care $f(f(x)) = 2f(x) + 1$, oricare ar fi $x \in \mathbb{R}$.
- 5p** 3. Să se rezolve în mulțimea numerelor reale ecuația $\lg(x+1) - \lg 9 = 1 - \lg x$.
- 5p** 4. Să se determine numărul termenilor raționali din dezvoltarea $(3 + \sqrt[3]{3})^{10}$.
- 5p** 5. Să se determine coordonatele centrului de greutate al triunghiului ABC , știind că $A(-1,0)$, $B(0,2)$, $C(2,-1)$.
- 5p** 6. Să se arate că unghiul vectorilor $\vec{u} = 5\vec{i} - 4\vec{j}$ și $\vec{v} = 2\vec{i} + 3\vec{j}$ este obtuz.

SUBIECTUL I (30p)

- 5p** 1. Să se determine $a, b \in \mathbb{R}$ știind că numerele $2, a, b$ sunt în progresie geometrică și $2, 17, a$ sunt în progresie aritmetică.
- 5p** 2. Să se rezolve ecuația $f(f(x)) = 0$, știind că $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = -3x + 2$.
- 5p** 3. Să se rezolve în mulțimea $[0, 2\pi)$ ecuația $\operatorname{tg}(-x) = 1 - 2 \operatorname{tg} x$.
- 5p** 4. Să se determine numărul funcțiilor $f: \{0, 1, 2\} \rightarrow \{0, 1, 2\}$ care verifică relația $f(2) = 2$.
- 5p** 5. Se consideră triunghiul ABC și punctele D, E astfel încât $\overline{AD} = 2\overline{DB}, \overline{AE} = 2\overline{EC}$. Să se arate că dreptele DE și BC sunt paralele.
- 5p** 6. Să se calculeze lungimea razei cercului circumscris triunghiului ABC , dacă $A = \frac{\pi}{4}, B = \frac{\pi}{6}$ și $AB = 6$.

SUBIECTUL I (30p)Varianta 12<http://www.pro-matematica.ro>

5p 1. Să se calculeze $\frac{1}{1+i} + \frac{1}{1-i}$.

5p 2. Să se rezolve în mulțimea numerelor reale ecuația $\frac{x+1}{x+2} + \frac{x+2}{x+3} = \frac{7}{6}$.

5p 3. Să se rezolve în mulțimea $[0, 2\pi)$ ecuația $\cos 2x = \frac{1}{2}$.

5p 4. Să se determine $a > 0$ știind că termenul din mijloc al dezvoltării $\left(\sqrt[3]{a} + \frac{1}{\sqrt[4]{a}}\right)^{12}$ este egal cu 1848.

5p 5. Să se determine ecuația simetricii dreptei $d: 2x - 3y + 1 = 0$ față de punctul $A(-3, 4)$.

5p 6. Știind că $\operatorname{ctg} x = 3$, să se calculeze $\operatorname{ctg} 2x$.

SUBIECTUL I (30p)**Varianta 13**<http://www.pro-matematica.ro>

- 5p** 1. Să se arate că numărul $(1 + i\sqrt{3})^2 + (1 - i\sqrt{3})^2$ este număr întreg.
- 5p** 2. Să se rezolve în $\mathbb{R} \times \mathbb{R}$ sistemul de ecuații $\begin{cases} x + y = 4 \\ xy = 3 \end{cases}$.
- 5p** 3. Să se rezolve în mulțimea numerelor reale ecuația $x = 6(\sqrt{x-2} - 1)$.
- 5p** 4. Să se determine termenul care nu conține pe x din dezvoltarea $\left(x^2 + \frac{1}{x}\right)^9$.
- 5p** 5. Să se calculeze distanța de la punctul $A(3,0)$ la dreapta $d : 3x - 4y + 1 = 0$.
- 5p** 6. Triunghiul ABC are $AB = 4$, $BC = 5$ și $CA = 6$. Să se arate că $m(\sphericalangle B) = 2m(\sphericalangle C)$.

SUBIECTUL I (30p)**Varianta 14**<http://www.pro-matematica.ro>

- 5p** 1. Să se calculeze $\lg \frac{1}{2} + \lg \frac{2}{3} + \lg \frac{3}{4} + \dots + \lg \frac{99}{100}$.
- 5p** 2. Să se determine $a \in \mathbb{R}^*$ pentru care $(a-3)x^2 - ax - a < 0$, oricare ar fi $x \in \mathbb{R}$.
- 5p** 3. Să se rezolve în mulțimea numerelor reale ecuația $\sqrt[3]{8-x} = \sqrt[3]{9-4x}$.
- 5p** 4. Să se determine numărul elementelor unei mulțimi știind că aceasta are exact 45 de submulțimi cu două elemente.
- 5p** 5. Să se determine ecuația dreptei AB știind că $A(2,3)$ și $B(-5,4)$.
- 5p** 6. Triunghiul ABC ascuțitunghic are $AC = 2\sqrt{3}$ și lungimea razei cercului circumscris egală cu 2. Să se determine măsura unghiului B .

SUBIECTUL I (30p)**Varianta 15**<http://www.pro-matematica.ro>

- 5p** 1. Să se calculeze $\log_3(5 - \sqrt{7}) + \log_3(5 + \sqrt{7}) - \log_3 2$.
- 5p** 2. Să se determine funcția de gradul al doilea al cărei grafic este tangent la axa Ox în punctul $(1, 0)$ și trece prin punctul $(0, 2)$.
- 5p** 3. Să se rezolve în mulțimea $[0, 2\pi)$ ecuația $\sin x + \cos x = 0$.
- 5p** 4. Câte numere naturale de patru cifre se pot forma cu elemente ale mulțimii $\{1, 3, 5, 7, 9\}$?
- 5p** 5. Să se determine ecuația dreptei care conține punctul $A(-2, 2)$ și este paralelă cu dreapta determinată de punctele $C(2, 1), D(-1, -3)$.
- 5p** 6. Fie $\alpha \in \left(\pi, \frac{3\pi}{2}\right)$ astfel încât $\cos \alpha = -\frac{5}{13}$. Să se calculeze $\sin \alpha$.

SUBIECTUL I (30p)**Varianta 16**<http://www.pro-matematica.ro>

- 5p** 1. Să se calculeze modulul numărului complex $z = \frac{2-i}{2+i}$.
- 5p** 2. Să se determine $a \in \mathbb{R}$ pentru care $x^2 + ax + 2 \geq 0$, oricare ar fi numărul real x .
- 5p** 3. Să se rezolve în intervalul $[-1,1]$ ecuația $\arcsin \frac{1}{2} + \arcsin x = \frac{\pi}{3}$.
- 5p** 4. Să se rezolve ecuația $C_n^8 = C_n^{10}$, $n \in \mathbb{N}$, $n \geq 10$.
- 5p** 5. Să se afle măsura celui mai mare unghi al triunghiului ABC știind că $A(2,-2)$, $B(2,3)$, $C(-2,3)$.
- 5p** 6. Fie $\alpha \in \left(\frac{\pi}{2}, \pi\right)$ astfel încât $\sin \alpha = \frac{3}{5}$. Să se calculeze $\sin 2\alpha$.

SUBIECTUL I (30p)Varianta 17<http://www.pro-matematica.ro>

- 5p** 1. Să se arate că numărul $(1 + i\sqrt{3})^3$ este întreg.
- 5p** 2. Să se determine imaginea funcției $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = x^2 - x + 2$.
- 5p** 3. Să se rezolve în mulțimea numerelor reale ecuația $\sqrt{-2x+1} = 5$.
- 5p** 4. Să se determine probabilitatea ca, alegând un număr \overline{ab} din mulțimea numerelor naturale de două cifre, să avem $a + b = 4$.
- 5p** 5. Să se determine ecuația dreptei care trece prin punctul $A(-1,1)$ și este perpendiculară pe dreapta $d : 5x - 4y + 1 = 0$.
- 5p** 6. Să se calculeze perimetrul triunghiului ABC știind că $AB = 6$, $B = \frac{\pi}{4}$ și $C = \frac{\pi}{6}$.

SUBIECTUL I (30p)**Varianta 18**<http://www.pro-matematica.ro>

- 5p** 1. Să se rezolve în mulțimea numerelor complexe ecuația $x^2 - 2x + 4 = 0$.
- 5p** 2. Să se afle valoarea minimă a funcției $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = x^2 - 3x + 2$.
- 5p** 3. Să se rezolve în intervalul $[-1, 1]$ ecuația $\arcsin x + \arccos \frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{\pi}{2}$.
- 5p** 4. Care este probabilitatea ca, alegând un număr k din mulțimea $\{0, 1, 2, \dots, 7\}$, numărul C_7^k să fie prim.
- 5p** 5. Să se determine $a \in \mathbb{R}$ pentru care vectorii $\vec{u} = a\vec{i} + 3\vec{j}$ și $\vec{v} = 4\vec{i} + (a + 4)\vec{j}$ sunt coliniari.
- 5p** 6. Să se calculeze $\overrightarrow{AB} \cdot (\overrightarrow{AC} + \overrightarrow{BC})$, știind că $A(-3, 4)$, $B(4, -3)$ și $C(1, 2)$.

SUBIECTUL I (30p)**Varianta 19**<http://www.pro-matematica.ro>

- 5p** 1. Să se ordoneze crescător numerele $\sqrt{3}, \sqrt[3]{5}, \sqrt[4]{8}$.
- 5p** 2. Să se determine funcția $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ știind că graficul său și graficul funcției $g : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $g(x) = -3x + 3$ sunt simetrice față de dreapta $x = 1$.
- 5p** 3. Să se rezolve în mulțimea numerelor reale ecuația $3^{2x+1} - 10 \cdot 3^{x+1} + 27 = 0$.
- 5p** 4. Să se determine probabilitatea ca, alegând un număr din mulțimea numerelor naturale de trei cifre, acesta să aibă toate cifrele pare.
- 5p** 5. Să se determine ecuația medianei duse din vârful A al triunghiului ABC , unde $A(1, 2)$, $B(2, 3)$ și $C(2, -5)$.
- 5p** 6. Să se arate că $\operatorname{ctg} 2 = \frac{\operatorname{ctg} 1 - \operatorname{tg} 1}{2}$.

SUBIECTUL I (30p) Varianta 20

<http://www.pro-matematica.ro>

- 5p** 1. Să se arate că $2 \in (\log_3 4, \sqrt{5})$.
- 5p** 2. Să se rezolve în mulțimea numerelor complexe ecuația $x^2 - 2x + 2 = 0$.
- 5p** 3. Să se rezolve în $[0, 2\pi)$ ecuația $\sin x + \cos x = -1$.
- 5p** 4. Să se calculeze $C_4^4 + C_5^4 + C_6^4$.
- 5p** 5. Pe laturile AB și AC ale triunghiului ABC se consideră punctele M , respectiv N astfel încât $\overrightarrow{AM} = 4\overrightarrow{MB}$ și $MN \parallel BC$. Să se determine $m \in \mathbb{R}$ astfel încât $\overrightarrow{CN} = m\overrightarrow{AC}$.
- 5p** 6. Să se calculeze perimetrul triunghiului OAB , știind că $O(0,0)$, $A(-1,2)$ și $B(-2,3)$.

SUBIECTUL I (30p)**Varianta 21**<http://www.pro-matematica.ro>

- 5p** 1. Să se rezolve în mulțimea numerelor complexe ecuația $x^2 - 8x + 25 = 0$.
- 5p** 2. Să se determine $a \in \mathbb{R}$, pentru care graficul funcției $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = (a+1)x^2 + 3(a-1)x + a-1$, intersectează axa Ox în două puncte distincte.
- 5p** 3. Să se rezolve în mulțimea numerelor reale ecuația $\sqrt{x+8-6\sqrt{x-1}} = 1$.
- 5p** 4. Să se calculeze $C_8^4 - C_7^4 - C_7^3$.
- 5p** 5. Să se determine ecuația perpendicularei duse din punctul $A(1,2)$ pe dreapta $d : x + y - 1 = 0$.
- 5p** 6. Știind că $\sin x = \frac{1}{3}$, să se calculeze $\cos 2x$.

SUBIECTUL I (30p)**Varianta 22**<http://www.pro-matematica.ro>

- 5p** 1. Să se calculeze $1 + i + i^2 + \dots + i^{10}$.
- 5p** 2. Se consideră funcțiile $f, g : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = x^2 - 3x + 2$, $g(x) = 2x - 1$. Să se rezolve ecuația $(f \circ g)(x) = 0$.
- 5p** 3. Să se rezolve în mulțimea numerelor reale ecuația $\lg(x + 9) + \lg(7x + 3) = 1 + \lg(x^2 + 9)$.
- 5p** 4. Să se rezolve inecuația $C_n^2 < 10$, $n \geq 2$, n natural.
- 5p** 5. Se consideră dreptele paralele de ecuații $d_1 : x - 2y = 0$ și $d_2 : 2x - 4y - 1 = 0$. Să se calculeze distanța dintre cele două drepte.
- 5p** 6. Să se calculeze $\sin 75^\circ + \sin 15^\circ$.

SUBIECTUL I (30p)Varianta 23<http://www.pro-matematica.ro>

- 5p** 1. Să se calculeze suma primilor 20 de termeni ai progresiei aritmetice $(a_n)_{n \geq 1}$, știind că $a_4 - a_2 = 4$ și $a_1 + a_3 + a_5 + a_6 = 30$.
- 5p** 2. Să se rezolve în mulțimea numerelor reale ecuația $\frac{2x+3}{x+2} = \frac{x-1}{x-2}$.
- 5p** 3. Să se calculeze $\operatorname{tg}\left(\frac{\pi}{2} - \operatorname{arctg}\frac{1}{2}\right)$.
- 5p** 4. Să se determine probabilitatea ca, alegând un element n din mulțimea $\{1, 2, 3, \dots, 40\}$, numărul $2^{n+2} \cdot 6^n$ să fie pătrat perfect.
- 5p** 5. Să se calculeze coordonatele centrului de greutate al triunghiului ABC , dacă $A(5, -3), B(2, -1), C(0, 9)$.
- 5p** 6. Știind că $\operatorname{tg}\alpha = 2$, să se calculeze $\sin 4\alpha$.

SUBIECTUL I (30p)**Varianta 24**<http://www.pro-matematica.ro>

- 5p** 1. Să se calculeze $z + \frac{1}{z}$ pentru $z = \frac{-1 + i\sqrt{3}}{2}$.
- 5p** 2. Să se determine funcția de gradul al doilea $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ pentru care $f(-1) = f(1) = 0$, $f(2) = 6$.
- 5p** 3. Să se rezolve în mulțimea numerelor reale ecuația $\log_2 x + \log_4 x + \log_8 x = \frac{11}{6}$.
- 5p** 4. Să se demonstreze că dacă $x \in \mathbb{R}$ și $|x| \geq 1$, atunci $(1+x)^2 + (1-x)^2 \geq 4$.
- 5p** 5. Să se determine ecuația înălțimii duse din B în triunghiul ABC , știind că $A(0, 9)$, $B(2, -1)$ și $C(5, -3)$.
- 5p** 6. Să se calculeze $(2\vec{i} + 5\vec{j}) \cdot (3\vec{i} - 4\vec{j})$.

SUBIECTUL I (30p)

- 5p** 1. Să se calculeze $(1-i)(1+2i)-3(2-i)$.
- 5p** 2. Să se arate că pentru oricare $a \in \mathbb{R}^*$, dreapta $y = x + 4$ intersectează parabola $y = ax^2 + (a-2)x + 1$.
- 5p** 3. Să se rezolve în mulțimea numerelor reale ecuația $2^{2x} - 3 \cdot 2^{x+1} + 8 = 0$.
- 5p** 4. Să se determine probabilitatea ca, alegând un număr din mulțimea $\{10, 11, 12, \dots, 40\}$, suma cifrelor lui să fie divizibilă cu 3.
- 5p** 5. În triunghiul ABC punctele M, N, P sunt mijloacele laturilor. Fie H ortocentrul triunghiului MNP . Să se demonstreze că $AH = BH = CH$.
- 5p** 6. Să se calculeze $\sin\left(\frac{\pi}{6} + \frac{\pi}{4}\right) + \sin\left(\frac{\pi}{6} - \frac{\pi}{4}\right)$.

SUBIECTUL I (30p)Varianta 26<http://www.pro-matematica.ro>

- 5p** 1. Fie z_1 și z_2 soluțiile complexe ale ecuației $2z^2 + z + 50 = 0$. Să se calculeze $|z_1| + |z_2|$.
- 5p** 2. Se consideră funcția $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = 1 - 2x$. Să se arate că funcția $f \circ f \circ f$ este strict descrescătoare.
- 5p** 3. Să se rezolve în mulțimea numerelor reale ecuația $3^x + 9^x = 2$.
- 5p** 4. Fie mulțimea $A = \{-2, -1, 0, 1, 2\}$ și o funcție bijectivă $f : A \rightarrow A$. Să se calculeze $f(-2) + f(-1) + f(0) + f(1) + f(2)$.
- 5p** 5. În sistemul cartezian de coordonate xOy se consideră punctele $A(-1, 3)$ și $B(1, -1)$. Să se determine ecuația mediatoarei segmentului AB .
- 5p** 6. Fie $\alpha \in \left(\frac{\pi}{2}, \pi\right)$ cu $\sin \alpha = \frac{1}{3}$. Să se calculeze $\operatorname{tg} \alpha$.

SUBIECTUL I (30p)Varianta 27<http://www.pro-matematica.ro>

- 5p** 1. Să se calculeze modulul numărului complex $z = 1 + i + i^2 + i^3 + \dots + i^6$.
- 5p** 2. Să se determine valoarea maximă a funcției $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = -2x^2 + x$.
- 5p** 3. Să se rezolve în intervalul $(0; \infty)$ ecuația $\lg^2 x + 5 \lg x - 6 = 0$.
- 5p** 4. Să se determine numărul funcțiilor $f : \{0, 1, 2, 3\} \rightarrow \{0, 1, 2, 3\}$ care au proprietatea $f(0) = f(1) = 2$.
- 5p** 5. În sistemul cartezian de coordonate xOy se consideră punctele $O(0, 0)$, $A(1, 2)$ și $B(3, 1)$. Să se determine măsura unghiului AOB .
- 5p** 6. Știind că $\alpha \in \mathbb{R}$ și că $\sin \alpha + \cos \alpha = \frac{1}{3}$, să se calculeze $\sin 2\alpha$.

SUBIECTUL I (30p)**Varianta 28**<http://www.pro-matematica.ro>

- 5p** 1. Să se calculeze $(1+i)^{10} + (1-i)^{10}$.
- 5p** 2. Fie funcția $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = 6x - 3x^2$. Să se ordoneze crescător numerele $f(\sqrt{2})$, $f(\sqrt{3})$ și $f(2)$.
- 5p** 3. Să se rezolve în mulțimea numerelor reale ecuația $\sqrt{2x-1} = 3$.
- 5p** 4. Să se determine numărul funcțiilor $f : \{0,1,2,3\} \rightarrow \{0,1,2,3\}$ care au proprietatea că $f(0)$ este număr impar.
- 5p** 5. Fie triunghiul ABC și $M \in (BC)$ astfel încât $\frac{BM}{BC} = \frac{1}{3}$. Să se demonstreze că $\overrightarrow{AM} = \frac{2}{3}\overrightarrow{AB} + \frac{1}{3}\overrightarrow{AC}$.
- 5p** 6. Știind că $\alpha \in \left(\frac{\pi}{2}, \pi\right)$ și că $\sin \alpha = \frac{3}{5}$, să se calculeze $\operatorname{tg} \alpha$.

SUBIECTUL I (30p)Varianta 29<http://www.pro-matematica.ro>

- 5p** 1. Să se demonstreze că numărul $a = \sqrt{7 + 4\sqrt{3}} + \sqrt{7 - 4\sqrt{3}}$ este număr natural.
- 5p** 2. Se consideră funcția $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = 2x^2 - 5x + 2$. Să se rezolve inecuația $f(2x) \leq 0$.
- 5p** 3. Să se rezolve în mulțimea numerelor reale ecuația $x = \sqrt{2 - x}$.
- 5p** 4. Să se calculeze probabilitatea ca, alegând o mulțime din mulțimea submulțimilor nevide ale mulțimii $A = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$, aceasta să aibă toate elementele impare.
- 5p** 5. Fie punctele $A(2, 0)$, $B(1, 1)$ și $C(3, -2)$. Să se calculeze $\sin \widehat{ACB}$.
- 5p** 6. Știind că $\alpha \in \left(0, \frac{\pi}{2}\right)$ și că $\operatorname{tg} \alpha + \operatorname{ctg} \alpha = 2$, să se calculeze $\sin 2\alpha$.

SUBIECTUL I (30p)**Varianta 30**<http://www.pro-matematica.ro>

- 5p** 1. Să se demonstreze că numărul $\frac{1}{\sqrt{1+\sqrt{2}}} + \frac{1}{\sqrt{2+\sqrt{3}}} + \frac{1}{\sqrt{3+\sqrt{4}}} + \dots + \frac{1}{\sqrt{99+\sqrt{100}}}$ este natural.
- 5p** 2. Se consideră funcția $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = x^2 - mx + 2$. Să se determine mulțimea valorilor parametrului real m pentru care graficul funcției f intersectează axa Ox în două puncte distincte.
- 5p** 3. Să se rezolve în mulțimea numerelor reale ecuația $\log_3(x+1) + \log_3(x+3) = 1$.
- 5p** 4. Să se calculeze probabilitatea ca, alegând o mulțime din mulțimea submulțimilor nevide ale mulțimii $A = \{1, 2, 3, 4, 5\}$, aceasta să aibă produsul elementelor 120.
- 5p** 5. Se consideră punctele $A(0,2)$, $B(1,-1)$ și $C(3,4)$. Să se calculeze coordonatele centrului de greutate al triunghiului ABC .
- 5p** 6. Să se demonstreze că $\sin \frac{\pi}{8} = \frac{\sqrt{2-\sqrt{2}}}{2}$.

SUBIECTUL I (30p)**Varianta 31**<http://www.pro-matematica.ro>

- 5p** 1. Știind că $\log_3 2 = a$, să se arate că $\log_{16} 24 = \frac{1+3a}{4a}$.
- 5p** 2. Să se determine două numere reale care au suma 1 și produsul -1 .
- 5p** 3. Să se rezolve în mulțimea numerelor reale ecuația $2^{2x+1} + 2^{x+2} = 160$.
- 5p** 4. Într-o clasă sunt 22 de elevi, dintre care 12 sunt fete. Să se determine în câte moduri se poate alege un comitet reprezentativ al clasei format din 3 fete și 2 băieți.
- 5p** 5. În sistemul cartezian de coordonate xOy se consideră punctele $A(2, -1)$, $B(-1, 1)$ și $C(1, 3)$.
Să se determine ecuația dreptei care trece prin punctul C și este paralelă cu dreapta AB .
- 5p** 6. Să se arate că $\sin 6 < 0$.

- 5p** 1. Se consideră numărul real $s = 1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{2^2} + \frac{1}{2^3} + \dots + \frac{1}{2^{2009}}$. Să se demonstreze că $s \in (1; 2)$.
- 5p** 2. Se consideră funcțiile $f, g : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = 2x - 1$ și $g(x) = -4x + 1$. Să se determine coordonatele punctului de intersecție a graficelor celor două funcții.
- 5p** 3. Să se rezolve în mulțimea numerelor reale ecuația $\sin x = 1 + \cos^2 x$.
- 5p** 4. Fie mulțimea $A = \{-2, -1, 0, 1, 2\}$. Să se determine numărul funcțiilor pare $f : A \rightarrow A$.
- 5p** 5. În sistemul cartezian de coordonate xOy se consideră punctele $A(2, -1)$, $B(-1, 1)$ și $C(1, 3)$.
Să se determine coordonatele punctului D știind că patrulaterul $ABCD$ este paralelogram.
- 5p** 6. Știind că $x \in \left(\frac{\pi}{2}; \pi\right)$ și că $\sin x = \frac{3}{5}$, să se calculeze $\sin \frac{x}{2}$.

SUBIECTUL I (30p)**Varianta 33**<http://www.pro-matematica.ro>

- 5p** 1. Să se arate că numărul $\log_4 16 + \log_3 9 + \sqrt[3]{27}$ este natural.
- 5p** 2. Să se determine valoarea minimă a funcției $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = 3x^2 + 4x + 2$.
- 5p** 3. Să se rezolve în mulțimea numerelor reale ecuația $16^x + 3 \cdot 4^x = 4$.
- 5p** 4. Să se calculeze probabilitatea ca, alegând un element din mulțimea $\{\sqrt{n} \mid n \in \mathbb{N}, n < 100\}$, acesta să fie număr rațional.
- 5p** 5. În sistemul cartezian de coordonate xOy se consideră punctele $A(2, -1)$, $B(-1, 1)$, $C(1, 3)$ și $D(a, 4)$, unde $a \in \mathbb{R}$. Să se determine $a \in \mathbb{R}$ astfel încât dreptele AB și CD să fie paralele.
- 5p** 6. Știind că $x \in \mathbb{R}$ și că $\operatorname{tg} x = \frac{1}{2}$, să se calculeze $\operatorname{tg} \left(x + \frac{\pi}{3} \right)$.

SUBIECTUL I (30p)**Varianta 34**<http://www.pro-matematica.ro>

- 5p** 1. Să se calculeze modulul numărului complex $z = (3 + 4i)^4$.
- 5p** 2. Să se arate că vârful parabolei asociate funcției $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = 2x^2 + 2x + 1$ se găsește pe dreapta de ecuație $x + y = 0$.
- 5p** 3. Să se determine numărul soluțiilor ecuației $\sin x = \sin 2x$ din intervalul $[0, 2\pi)$.
- 5p** 4. Fie mulțimea $A = \{1, 2, 3, 4, 5\}$. Să se determine numărul funcțiilor bijective $f : A \rightarrow A$, cu proprietatea că $f(1) = 2$.
- 5p** 5. În sistemul cartezian de coordonate xOy se consideră punctele $A(2, -1)$, $B(-1, 1)$, $C(1, 3)$ și $D(a, 4)$, $a \in \mathbb{R}$. Să se determine $a \in \mathbb{R}$ pentru care dreptele AB și CD sunt perpendiculare.
- 5p** 6. Se consideră triunghiul ascuțitunghic ABC în care are loc relația $\sin B + \cos B = \sin C + \cos C$. Să se demonstreze că triunghiul ABC este isoscel.

SUBIECTUL I (30p)**Varianta 35**<http://www.pro-matematica.ro>

- 5p** 1. Să se calculeze modulul numărului $(2+i)^3 + (2-i)^3$.
- 5p** 2. Graficul unei funcții de gradul al doilea este o parabolă care trece prin punctele $A(1, -3)$, $B(-1, 3)$, $C(0, 1)$. Să se calculeze valoarea funcției în punctul $x = 2$.
- 5p** 3. Să se rezolve în mulțimea numerelor reale ecuația $3 \cdot 4^x - 6^x = 2 \cdot 9^x$.
- 5p** 4. Se consideră mulțimea $A = \{0, 1, 2, \dots, 2009\}$. Să se determine probabilitatea ca, alegând un element din mulțimea A , acesta să fie divizibil cu 5.
- 5p** 5. În sistemul cartezian de coordonate xOy se consideră punctele $A(0, -3)$ și $B(4, 0)$. Să se calculeze distanța de la punctul O la dreapta AB .
- 5p** 6. Să se calculeze aria unui paralelogram $ABCD$ cu $AB = 6$, $AD = 8$ și $m(\sphericalangle ADC) = 135^\circ$.

SUBIECTUL I (30p)**Varianta 36**<http://www.pro-matematica.ro>

- 5p** 1. Se consideră numărul rațional $\frac{1}{7}$ scris sub formă de fracție zecimală infinită $\frac{1}{7} = 0, a_1 a_2 a_3 \dots$.
Să se determine a_{60} .
- 5p** 2. Fie funcțiile $f, g : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = 2 - x$, $g(x) = 3x + 2$. Să se calculeze $(f \circ g)(x) - (g \circ f)(x)$.
- 5p** 3. Să se demonstreze că funcția $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = 3x^3 + 1$ este injectivă.
- 5p** 4. Să se calculeze probabilitatea ca, alegând un număr din mulțimea numerelor naturale de trei cifre, acesta să fie divizibil cu 50.
- 5p** 5. Să se determine $a \in \mathbb{R}$ pentru care punctele $A(1, -2)$, $B(4, 1)$ și $C(-1, a)$ sunt coliniare.
- 5p** 6. Fie ABC un triunghi care are $AB = 3$, $AC = 5$ și $BC = 7$. Să se calculeze $\cos A$.

SUBIECTUL I (30p) Varianta 37

- 5p** 1. Să se calculeze suma $1 + 4 + 7 + \dots + 100$.
- 5p** 2. Să se determine imaginea funcției $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = x^2 + x + 1$.
- 5p** 3. Să se arate că numărul $\sin\left(\arcsin\frac{1}{2}\right) + \sin\left(\arccos\frac{\sqrt{3}}{2}\right)$ este natural.
- 5p** 4. Să se determine numărul termenilor raționali din dezvoltarea binomului $(\sqrt{2} + 1)^5$.
- 5p** 5. Fie $ABCD$ un pătrat de latură 1. Să se calculeze lungimea vectorului $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{AD}$.
- 5p** 6. Să se arate că $\sin 105^\circ = \frac{\sqrt{6} + \sqrt{2}}{4}$.

SUBIECTUL I (30p)Varianta 38<http://www.pro-matematica.ro>

- 5p** 1. Să se arate că $\log_2 3 \in (1, 2)$.
- 5p** 2. Să se determine valorile reale ale lui m pentru care $x^2 + 3x + m > 0$, oricare ar fi $x \in \mathbb{R}$.
- 5p** 3. Să se rezolve în mulțimea numerelor reale ecuația $\sin x + \cos(-x) = 1$.
- 5p** 4. Să se arate că, pentru orice număr natural n , $n \geq 3$, are loc relația $C_n^2 + C_n^3 = C_{n+1}^3$.
- 5p** 5. Se consideră dreptele de ecuații $d_1 : 2x + 3y + 1 = 0$, $d_2 : 3x + y - 2 = 0$ și $d_3 : x + y + a = 0$.
Să se determine $a \in \mathbb{R}$ pentru care cele trei drepte sunt concurente.
- 5p** 6. Să se calculeze perimetrul triunghiului ABC , știind că $AB = 4$, $AC = 3$ și $m(\sphericalangle BAC) = 60^\circ$.

SUBIECTUL I (30p)**Varianta 39**<http://www.pro-matematica.ro>

- 5p** 1. Se consideră numărul complex $z = \frac{-1 + i\sqrt{3}}{2}$. Să se demonstreze că $z^2 = \bar{z}$.
- 5p** 2. Să se rezolve în mulțimea numerelor reale inecuația $-x^2 + 4x - 3 \geq 0$.
- 5p** 3. Să se arate că funcția $f : (1; \infty) \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = x + \frac{1}{x}$ este injectivă.
- 5p** 4. Să se determine numărul funcțiilor $f : \{1, 2, 3\} \rightarrow \{0, 1, 2, 3\}$ pentru care $f(1)$ este număr par.
- 5p** 5. Fie ABC un triunghi care are $AB = 2$, $AC = 3$ și $BC = 2\sqrt{2}$. Să se calculeze $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC}$.
- 5p** 6. Să se arate că $\sin 15^\circ = \frac{\sqrt{6} - \sqrt{2}}{4}$.

SUBIECTUL I (30p)**Varianta 40**<http://www.pro-matematica.ro>

- 5p** 1. Se consideră $a \in \mathbb{R}$ și numărul complex $z = \frac{a + 2i}{2 + ai}$. Să se determine a pentru care $z \in \mathbb{R}$.
- 5p** 2. Să se demonstreze că dreapta de ecuație $y = 2x + 3$ intersectează parabola de ecuație $y = x^2 - 4x + 12$ într-un singur punct.
- 5p** 3. Să se rezolve în mulțimea numerelor reale ecuația $\sqrt{2x - 1} = x$.
- 5p** 4. Se consideră mulțimea $A = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$. Să se determine probabilitatea ca, alegând o pereche (a, b) din produsul cartezian $A \times A$ să avem egalitatea $a + b = 6$.
- 5p** 5. În sistemul cartezian de coordonate xOy se consideră punctele $M(2, -1)$, $A(1, 2)$ și $B(4, 1)$.
Să se determine lungimea vectorului $\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB}$.
- 5p** 6. Să se arate că $\sin(a + b) \cdot \sin(a - b) = \sin^2 a - \sin^2 b$, pentru oricare $a, b \in \mathbb{R}$.

SUBIECTUL I (30p)**Varianta 41**<http://www.pro-matematica.ro>

- 5p** 1. Să se arate că numărul $100^{\lg 2} + \sqrt[3]{-27}$ este natural.
- 5p** 2. Să se determine imaginea funcției $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = \frac{2x}{x^2 + 1}$.
- 5p** 3. Să se rezolve în mulțimea numerelor reale ecuația $3^{x+1} = -3^x + 8$.
- 5p** 4. Să se determine numărul funcțiilor $f : \{1, 2, 3, 4\} \rightarrow \{1, 2, 3, 4\}$ care au proprietatea că $f(1) + f(3) = 7$.
- 5p** 5. În sistemul cartezian de coordonate xOy se consideră punctele $A(2, -1)$ și $B(-1, 1)$. Să se determine ecuația dreptei care trece prin originea axelor și este paralelă cu dreapta AB .
- 5p** 6. Fie a și b numere reale astfel încât $\sin a + \sin b = 1$ și $\cos a + \cos b = \frac{1}{2}$. Să se calculeze $\cos(a - b)$.

SUBIECTUL I (30p)**Varianta 42**<http://www.pro-matematica.ro>

- 5p** 1. Să se calculeze partea întreagă a numărului $1 - \frac{1}{3} + \frac{1}{3^2} - \frac{1}{3^3}$.
- 5p** 2. Să se rezolve în $\mathbb{R} \times \mathbb{R}$ sistemul $\begin{cases} y = x^2 - 3x + 1 \\ y = 2x^2 + x + 4 \end{cases}$.
- 5p** 3. Să se rezolve în mulțimea numerelor reale ecuația $\operatorname{arctg} x + \operatorname{arcctg} \frac{1}{3} = \frac{\pi}{2}$.
- 5p** 4. Să se determine numărul termenilor raționali ai dezvoltării $(\sqrt[4]{5} + 1)^{100}$.
- 5p** 5. Să se arate că punctele $A(-1, 5)$, $B(1, 1)$ și $C(3, -3)$ sunt coliniare.
- 5p** 6. Să se calculeze lungimea razei cercului înscris în triunghiul care are lungimile laturilor 4, 5 și 7.

SUBIECTUL I (30p)**Varianta 43**<http://www.pro-matematica.ro>

- 5p** 1. Să se determine valoarea de adevăr a propoziției: „Suma oricăror două numere iraționale este număr irațional.”
- 5p** 2. Se consideră funcția $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = x + 2$. Să se rezolve ecuația $f(f(x)) = f^2(x)$.
- 5p** 3. Să se rezolve în mulțimea numerelor reale ecuația $4^x - 2^x = 12$.
- 5p** 4. Fie mulțimea $A = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$. Să se calculeze probabilitatea ca, alegând o pereche (a, b) din mulțimea $A \times A$, produsul numerelor a și b să fie impar.
- 5p** 5. În sistemul cartezian de coordonate xOy se consideră punctele $A(1, 3)$ și $C(-1, 1)$. Să se calculeze aria pătratului de diagonală AC .
- 5p** 6. Să se arate că $\sin 105^\circ + \sin 75^\circ = \frac{\sqrt{6} + \sqrt{2}}{2}$.

SUBIECTUL I (30p)**Varianta 44**<http://www.pro-matematica.ro>

- 5p** 1. Să se determine partea reală a numărului complex $z = \frac{1-i}{1+i}$.
- 5p** 2. Să se determine valorile reale ale lui m pentru care $x^2 + mx + 1 \geq 0$, oricare ar fi $x \in \mathbb{R}$.
- 5p** 3. Să se rezolve în mulțimea numerelor reale ecuația $\arcsin 2x = -\frac{1}{2}$.
- 5p** 4. Se consideră mulțimea $A = \{0, 1, 2, 3, \dots, 9\}$. Să se determine numărul submulțimilor mulțimii A care au 5 elemente, din care exact două sunt numere pare.
- 5p** 5. În sistemul cartezian de coordonate xOy se consideră punctele $B(-1, 2)$ și $C(2, -2)$. Să se determine distanța de la punctul O la dreapta BC .
- 5p** 6. Știind că $\alpha \in \left(\frac{\pi}{2}, \pi\right)$ și $\sin \alpha = \frac{3}{5}$, să se calculeze $\operatorname{ctg} \alpha$.

SUBIECTUL I (30p)**Varianta 45**<http://www.pro-matematica.ro>

- 5p** 1. Să se determine partea întreagă a numărului $\frac{7}{5\sqrt{2}-1}$.
- 5p** 2. Fie x_1 și x_2 soluțiile reale ale ecuației $x^2 + x - 1 = 0$. Să se arate că $\frac{x_1}{x_2} + \frac{x_2}{x_1} \in \mathbb{Z}$.
- 5p** 3. Să se rezolve în mulțimea numerelor reale ecuația $2 \cdot 3^x + 3^{1-x} = 7$.
- 5p** 4. Se consideră mulțimile $A = \{1, 2, 3, 4\}$ și $B = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$. Să se determine numărul funcțiilor strict crescătoare $f : A \rightarrow B$.
- 5p** 5. În sistemul cartezian de coordonate xOy se consideră punctele $A(1, 3)$, $B(-2, 1)$ și $C(-3, -1)$. Să se calculeze lungimea înălțimii duse din vârful A în triunghiul ABC .
- 5p** 6. Să arate că $2 \cdot (\sin 75^\circ - \sin 15^\circ) = \sqrt{2}$.

SUBIECTUL I (30p)**Varianta 46**<http://www.pro-matematica.ro>

- 5p** 1. Fie $(a_n)_{n \geq 1}$ o progresie aritmetică. Știind că $a_3 + a_{19} = 10$, să se calculeze $a_6 + a_{16}$.
- 5p** 2. Să se determine valorile parametrului real m pentru care ecuația $x^2 - mx + 1 - m = 0$ are două rădăcini reale distincte.
- 5p** 3. Să se rezolve în mulțimea numerelor reale ecuația $\lg^2 x + \lg x = 6$.
- 5p** 4. Se consideră mulțimile $A = \{1, 2, 3\}$ și $B = \{1, 2, 3, 4, 5\}$. Să se determine numărul funcțiilor strict descrescătoare $f : A \rightarrow B$, cu proprietatea că $f(3) = 1$.
- 5p** 5. În sistemul cartezian de coordonate xOy se consideră punctele $M(2, -1)$, $N(-1, 1)$ și $P(0, 3)$. Să se determine coordonatele punctului Q astfel încât $MNPQ$ să fie paralelogram.
- 5p** 6. Să se calculeze lungimea medianei duse din A în triunghiul ABC , știind că $AB = 2$, $AC = 3$ și $BC = 4$.

SUBIECTUL I (30p)**Varianta 47**<http://www.pro-matematica.ro>

- 5p** 1. Să se arate că numărul $(2+i)^4 + (2-i)^4$ este întreg.
- 5p** 2. Să se determine coordonatele punctelor de intersecție dintre dreapta de ecuație $y = 2x + 1$ și parabola de ecuație $y = x^2 + x + 1$.
- 5p** 3. Să se rezolve în mulțimea numerelor reale ecuația $2x + \sqrt{16 + x^2} = 11$.
- 5p** 4. Să se determine probabilitatea ca, alegând un număr din mulțimea numerelor naturale de patru cifre, acesta să fie divizibil cu 9.
- 5p** 5. În sistemul cartezian de coordonate xOy se consideră punctele $A(-1, 1)$, $B(1, 3)$ și $C(3, 2)$. Fie G centrul de greutate al triunghiului ABC . Să se determine ecuația dreptei OG .
- 5p** 6. Să se arate că $2 \cdot (\cos 75^\circ + \cos 15^\circ) = \sqrt{6}$.

SUBIECTUL I (30p)**Varianta 48**<http://www.pro-matematica.ro>

- 5p** 1. Să se determine partea reală a numărului complex $(\sqrt{3} + i)^6$.
- 5p** 2. Se consideră funcția $f : (0, \infty) \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = \frac{1}{\sqrt[3]{x}}$. Să se calculeze $(f \circ f)(512)$.
- 5p** 3. Să se rezolve în mulțimea numerelor reale ecuația $\cos 2x + \sin x = 0$.
- 5p** 4. Se consideră mulțimea $M = \{0, 1, 2, 3, 4, 5\}$. Să se determine numărul tripletelor (a, b, c) cu proprietatea că $a, b, c \in M$ și $a < b < c$.
- 5p** 5. Să se calculeze distanța dintre dreptele paralele de ecuații $x + 2y = 6$ și $2x + 4y = 11$.
- 5p** 6. Paralelogramul $ABCD$ are $AB = 1$, $BC = 2$ și $m(\sphericalangle BAD) = 60^\circ$. Să se calculeze produsul

SUBIECTUL I (30p)

- 5p** 1. Să se arate că numărul $\log_9 \sqrt{3} + \log_4 \sqrt[3]{2}$ este rațional.
- 5p** 2. Se consideră funcția $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = mx^2 - 2mx + m - 1$, $m \in \mathbb{R}^*$. Să se determine $m \in \mathbb{R}^*$ astfel încât $f(x) \leq 0$, pentru orice $x \in \mathbb{R}$.
- 5p** 3. Să se rezolve în mulțimea numerelor reale ecuația $2^x + 2^{x+1} + 2^{x-1} = 56$.
- 5p** 4. Fie mulțimea $A = \{1, 2, \dots, 1000\}$. Să se calculeze probabilitatea ca, alegând un element din mulțimea $\{\sqrt[3]{n} \mid n \in A\}$, acesta să fie număr rațional.
- 5p** 5. Fie triunghiul ABC și $M \in (BC)$ astfel încât $\overrightarrow{MC} = -\frac{3}{4}\overrightarrow{CB}$. Să se demonstreze că $\overrightarrow{AM} = \frac{3}{4}\overrightarrow{AB} - \frac{1}{4}\overrightarrow{CA}$.
- 5p** 6. Știind că $x \in \left(0, \frac{\pi}{2}\right)$ și $\operatorname{tg} x = 3$, să se calculeze $\sin 2x$.

SUBIECTUL I (30p)

- 5p 1. Să se determine $a \in \mathbb{R}$ astfel încât numerele 2^{a-1} , $2^{-a+2} + 1$, $2^{a+1} + 1$ să fie în progresie aritmetică.
- 5p 2. Să se arate că vârful parabolei $y = x^2 + (2a - 1)x + a^2$, $a \in \mathbb{R}$, este situat pe dreapta de ecuație $4x + 4y = 1$.
- 5p 3. Să se arate că, dacă z este soluție a ecuației $z^2 + 2z + 4 = 0$, atunci $z^2 - \frac{8}{z} = 0$.
- 5p 4. Să se determine probabilitatea ca, alegând un număr din mulțimea $\{1, 2, \dots, 50\}$, aceasta să fie divizibil cu 2 și cu 5.
- 5p 5. Trapezul isoscel $ABCD$ are bazele $[AB]$ și $[CD]$ și lungimea înălțimii egală cu 4. Să se calculeze $|\overrightarrow{AC} + \overrightarrow{BD}|$.
- 5p 6. Să se calculeze $\operatorname{tg} 2\alpha$, știind că $\alpha \in \left(0, \frac{\pi}{2}\right)$ și $\sin \alpha = \frac{12}{13}$.

SUBIECTUL I (30p)**Varianta 51**<http://www.pro-matematica.ro>

- 5p** 1. Să se determine numărul elementelor mulțimii $(A \setminus B) \cap \mathbb{Z}$ știind că $A = (-3; 4]$ și $B = (1; 5]$.
- 5p** 2. Să se determine coordonatele punctelor de intersecție a dreaptaei $y = 2x + 1$ cu parabola $y = x^2 - x + 3$.
- 5p** 3. Să se rezolve în mulțimea numerelor reale ecuația $\sqrt{x-1} + \sqrt{2-x} = 1$.
- 5p** 4. Să se rezolve în mulțimea numerelor naturale inecuația $2^{x!} \leq 2048$.
- 5p** 5. Să se calculeze distanța de la punctul $A(1;1)$ la dreapta $d : 5x + 12y - 4 = 0$.
- 5p** 6. Să se calculeze $\operatorname{tg}(a+b)$ știind că $\operatorname{ctg} a = 2$ și $\operatorname{ctg} b = 5$.

SUBIECTUL I (30p)**Varianta 52**<http://www.pro-matematica.ro>

- 5p** 1. Să se arate că funcția $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = |4x - 8| - 2|4 - 2x|$ este constantă.
- 5p** 2. Să se determine $a \in \mathbb{R}$ pentru care parabola $y = x^2 - 2x + a - 1$ și dreapta $y = 2x + 3$ au două puncte distincte comune.
- 5p** 3. Să se rezolve în mulțimea numerelor reale ecuația $\sqrt[3]{x-1} + 1 = x$.
- 5p** 4. Să se determine numărul termenilor iraționali ai dezvoltării $(\sqrt{3} + 1)^9$.
- 5p** 5. Să se determine $m \in \mathbb{R}$ astfel încât vectorii $\vec{u} = (m+1)\vec{i} + 8\vec{j}$ și $\vec{v} = (m-1)\vec{i} - 4\vec{j}$ să fie coliniari.
- 5p** 6. Triunghiul ABC are lungimile laturilor $AB = 5$, $BC = 7$ și $AC = 8$. Să se calculeze $m(\sphericalangle A)$.

SUBIECTUL I (30p)**Varianta 53**<http://www.pro-matematica.ro>

- 5p** 1. Să se calculeze $\left[\sqrt{2009} \right] + 3 \cdot \left\{ -\frac{1}{3} \right\}$, unde $[x]$ reprezintă partea întreagă a lui x și $\{x\}$ reprezintă partea fracționară a lui x .
- 5p** 2. Să se determine imaginea intervalului $[2, 3]$ prin funcția $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = x^2 - 4x + 3$.
- 5p** 3. Să se rezolve în mulțimea numerelor reale ecuația $\sqrt{x+8} - \sqrt{x} = 2$.
- 5p** 4. Să se determine probabilitatea ca, alegând un element al mulțimii divizorilor naturali ai numărului 56, acesta să fie divizibil cu 4.
- 5p** 5. Fie vectorii $\vec{a} = \vec{i} + \vec{j}$, $\vec{b} = \vec{i} - \vec{j}$ și $\vec{u} = 6\vec{i} + 2\vec{j}$. Să se determine $p, r \in \mathbb{R}$ astfel încât $\vec{u} = p\vec{a} + r\vec{b}$.
- 5p** 6. Să se calculeze lungimea razei cercului circumscris unui triunghi care are lungimile laturilor 5, 7 și 8.

SUBIECTUL I (30p)**Varianta 54**<http://www.pro-matematica.ro>

- 5p** 1. Să se calculeze partea întreagă a numărului $(\sqrt{3} + \sqrt{7})^2$.
- 5p** 2. Să se rezolve în mulțimea numerelor reale inecuația $\frac{2x-1}{1-x} \geq \frac{3x+2}{1-2x}$.
- 5p** 3. Să se rezolve în mulțimea numerelor reale ecuația $\sqrt[3]{2-x} + x = 2$.
- 5p** 4. Se consideră dezvoltarea $(\sqrt[3]{x^2} + \sqrt{y})^{49}$. Să se determine termenul care îi conține pe x și y la același exponent.
- 5p** 5. Fie $\vec{r}_A = 2\vec{i} + \vec{j}$, $\vec{r}_B = \vec{i} + 3\vec{j}$ și $\vec{r}_C = 3\vec{i} + 2\vec{j}$ vectorii de poziție ai vârfurilor triunghiului ABC . Să se determine vectorul de poziție al centrului de greutate a triunghiului ABC .
- 5p** 6. Să se calculeze lungimea razei cercului circumscris triunghiului ABC , știind că $BC = 3$ și $\cos A = \frac{1}{2}$.

SUBIECTUL I (30p)**Varianta 55**<http://www.pro-matematica.ro>

- 5p** 1. Să se calculeze $[-\sqrt{8}] - \{-2, 8\}$, unde $[x]$ reprezintă partea întreagă a lui x și $\{x\}$ reprezintă partea fracționară a lui x .
- 5p** 2. Să se rezolve în mulțimea $\mathbb{R} \times \mathbb{R}$ sistemul
$$\begin{cases} x^2 + y^2 = 13 \\ x + y = 5 \end{cases}.$$
- 5p** 3. Să se rezolve în mulțimea numerelor reale ecuația $4^x - 5 \cdot 2^{x+1} + 16 = 0$.
- 5p** 4. Să se determine $x \in \mathbb{N}$, $x \geq 2$ astfel încât $C_x^2 + A_x^2 = 30$.
- 5p** 5. Fie punctele $O(0;0)$, $A(2;1)$ și $B(-2;1)$. Să se determine cosinusul unghiului format de vectorii \overrightarrow{OA} și \overrightarrow{OB} .
- 5p** 6. Să se calculeze $\operatorname{tg} 2x$, știind că $\operatorname{ctg} x = 3$.

SUBIECTUL I (30p)**Varianta 56**<http://www.pro-matematica.ro>

- 5p** 1. Să se rezolve în mulțimea numerelor complexe ecuația $2\bar{z} + z = 3 + 4i$.
- 5p** 2. Știind că x_1 și x_2 sunt rădăcinile ecuației $x^2 + 3x + 1 = 0$, să se calculeze $x_1^3 + x_2^3$.
- 5p** 3. Să se rezolve în mulțimea numerelor reale ecuația $1 + 5^x - 2 \cdot 25^x = 0$.
- 5p** 4. Se consideră dezvoltarea $\left(a^2 + \frac{1}{\sqrt[3]{a}}\right)^9$, $a \neq 0$. Să se determine rangul termenului care-l conține pe a^4 .
- 5p** 5. Să se calculeze $\vec{u}^2 - \vec{v}^2$ știind că $\vec{u} - \vec{v} = 3\vec{i} + 2\vec{j}$ și $\vec{u} + \vec{v} = 2\vec{i} + 3\vec{j}$.
- 5p** 6. Să se calculeze lungimea razei cercului circumscris unui triunghi dreptunghic care are catetele de lungimi 5 și 12.

SUBIECTUL I (30p)**Varianta 57**<http://www.pro-matematica.ro>

- 5p** 1. Să se arate că numărul $\sqrt{7 + 4\sqrt{3}} - \sqrt{3}$ este natural.
- 5p** 2. Să se arate că $(x^2 + 4x + 5)(x^2 + 2x + 2) \geq 1$, oricare ar fi $x \in \mathbb{R}$.
- 5p** 3. Să se rezolve în mulțimea numerelor reale ecuația $\log_2^2 x + \log_2(4x) = 4$.
- 5p** 4. Să se determine termenul independent de x din dezvoltarea $\left(\sqrt[3]{x} + \frac{2}{\sqrt{x}}\right)^{200}$, $x > 0$.
- 5p** 5. Se consideră dreapta $d: 4x - 8y + 1 = 0$ și punctul $A(2; 1)$. Să se determine ecuația dreptei care trece prin punctul A și este paralelă cu dreapta d .
- 5p** 6. Triunghiul ABC are $AB = 2$, $AC = 4$ și $m(\sphericalangle A) = 60^\circ$. Să se calculeze lungimea medianei duse din A .

SUBIECTUL I (30p)Varianta 58<http://www.pro-matematica.ro>

- 5p** 1. Să se calculeze partea reală a numărului complex $\frac{1+4i}{4+7i}$.
- 5p** 2. Să se determine axa de simetrie a graficului funcției $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = 3x^2 - 6x + 1$.
- 5p** 3. Să se rezolve în mulțimea numerelor reale ecuația $3^{x+1} + 3^{1-x} = 10$.
- 5p** 4. Să se determine probabilitatea ca, alegând un element al mulțimii $A = \{1, 3, 5, \dots, 2009\}$, acesta să fie multiplu de 3.
- 5p** 5. Se consideră dreapta $d: 2x + y - 1 = 0$ și punctul $A(3, 2)$. Să se determine ecuația dreptei care trece prin punctul A și este perpendiculară pe dreapta d .
- 5p** 6. Fie triunghiul ABC care are $AB = AC = 5$ și $BC = 6$. Să se calculeze distanța de la centrul de greutate al triunghiului ABC la dreapta BC .

SUBIECTUL I (30p)Varianta 59<http://www.pro-matematica.ro>

- 5p** 1. Să se arate că numărul $\lg\left(1 - \frac{1}{2}\right) + \lg\left(1 - \frac{1}{3}\right) + \lg\left(1 - \frac{1}{4}\right) + \dots + \lg\left(1 - \frac{1}{100}\right)$ este întreg.
- 5p** 2. Să se rezolve în mulțimea numerelor reale ecuația $|x - 3| + |4 - x| = 1$.
- 5p** 3. Să se rezolve în mulțimea numerelor reale ecuația $\log_3 x + \frac{1}{\log_3 x} = \frac{5}{2}$.
- 5p** 4. Să se determine probabilitatea ca, alegând un element al mulțimii $A = \{2, 4, 6, \dots, 2010\}$, acesta să fie divizibil cu 4, dar să nu fie divizibil cu 8.
- 5p** 5. Se consideră punctele $A(2, m)$ și $B(m, -2)$. Să se determine $m \in \mathbb{R}$ astfel încât $AB = 4$.
- 5p** 6. Să se calculeze $\sin^2 x$ știind că $\operatorname{ctg} x = 6$.

SUBIECTUL I (30p)**Varianta 60**<http://www.pro-matematica.ro>

- 5p** 1. Să se arate că $2(1 + 3 + 3^2 + \dots + 3^8) < 3^9$.
- 5p** 2. Fie x_1, x_2 soluțiile ecuației $x^2 + 5x - 7 = 0$. Să se arate că numărul $x_1^3 + x_2^3$ este întreg.
- 5p** 3. Să se rezolve în mulțimea numerelor reale ecuația $\log_5 x + \log_x 5 = \frac{5}{2}$.
- 5p** 4. Să se determine $x \in \mathbb{N}, x \geq 3$ astfel încât $C_{2x-3}^2 = 3$.
- 5p** 5. Se consideră punctele $A(2, 3)$ și $B(-3, -2)$. Să se scrie ecuația mediatoarei segmentului AB .
- 5p** 6. Fie vectorii \vec{u} și \vec{v} . Știind că $\vec{u} \cdot \vec{v} = 5$, $|\vec{u}| = 2$ și $|\vec{v}| = 3$ să se calculeze $\cos(\sphericalangle(\vec{u}, \vec{v}))$.

SUBIECTUL I (30p)Varianta 61<http://www.pro-matematica.ro>

- 5p** 1. Să se determine numărul real x știind că numerele $x+1$, $1-x$ și 4 sunt în progresie aritmetică.
- 5p** 2. Să se determine punctele de intersecție a parabolei $y = x^2 + 5x - 6$ cu axele de coordonate.
- 5p** 3. Să se rezolve în mulțimea $[0, 2\pi]$ ecuația $2\sin x + 1 = 0$.
- 5p** 4. Fie mulțimea $M = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$. Să se determine probabilitatea ca, alegând una dintre submulțimile mulțimii M , aceasta să aibă 2 elemente.
- 5p** 5. Punctele A , B și G au vectorii de poziție $\vec{r}_A = 4\vec{i} + 7\vec{j}$, $\vec{r}_B = 2\vec{i} - \vec{j}$, $\vec{r}_G = 4\vec{i} + 4\vec{j}$. Să se determine vectorul de poziție a punctului C astfel încât punctul G să fie centrul de greutate al triunghiului ABC .
- 5p** 6. Fie vectorii \vec{u} și \vec{v} . Dacă $|\vec{u}| = 1$, $|\vec{v}| = 2$ și măsura unghiului vectorilor \vec{u} și \vec{v} este $\frac{\pi}{3}$, să se calculeze $(2\vec{u} + \vec{v}) \cdot (2\vec{v} - \vec{u})$.

SUBIECTUL I (30p)**Varianta 62**<http://www.pro-matematica.ro>

- 5p** 1. Să se determine $x > 0$ știind că numerele x , 6 și $x - 5$ sunt în progresie geometrică .
- 5p** 2. Se consideră funcția $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = x^2 + x - 2$. Să se calculeze $f(2 \cdot (f(-1)))$.
- 5p** 3. Să se rezolve în mulțimea numerelor reale ecuația $\cos\left(2x + \frac{\pi}{2}\right) = \cos\left(x - \frac{\pi}{2}\right)$.
- 5p** 4. Să se arate că $(n!)^2$ divide $(2n)!$, pentru oricare n natural.
- 5p** 5. Se consideră punctele $A(3,2)$ și $B(6,5)$. Să se determine coordonatele punctelor M și N știind că acestea împart segmentul $[AB]$ în trei segmente congruente, iar ordinea punctelor este A, M, N, B .
- 5p** 6. Să se determine numerele naturale a pentru care numerele a , $a + 1$ și $a + 2$ sunt lungimile laturilor unui triunghi obtuzunghic.

SUBIECTUL I (30p)**Varianta 63**<http://www.pro-matematica.ro>

- 5p** 1. Să se arate că șirul $(a_n)_{n \in \mathbb{N}}$, de termen general $a_n = \frac{4n}{n+3}$, este crescător.
- 5p** 2. Să se determine coordonatele punctelor de intersecție a parabolilor $y = x^2 + x + 1$ și $y = -x^2 - 2x + 6$.
- 5p** 3. Să se rezolve în mulțimea numerelor reale ecuația $\sin\left(x - \frac{\pi}{4}\right) = \sin\left(3x + \frac{\pi}{4}\right)$.
- 5p** 4. Suma coeficienților binomiali ai dezvoltării $(2x^2 - 5y)^n$ este egală cu 32. Să se determine termenul de rang patru.
- 5p** 5. Să se determine $m \in \mathbb{R}$ astfel încât dreptele $d_1: mx + 3y + 2 = 0$ și $d_2: 2x + y - 8 = 0$ să fie concurente.
- 5p** 6. Fie $ABCD$ un patrulater. Să se arate că dacă $\overrightarrow{AC} \cdot \overrightarrow{BD} = 0$, atunci $AB^2 + CD^2 = AD^2 + BC^2$.

SUBIECTUL I (30p)**Varianta 64**<http://www.pro-matematica.ro>

- 5p** 1. Să se arate că șirul $(a_n)_{n \geq 1}$, de termen general $a_n = n^2 - n$, este strict monoton.
- 5p** 2. Se consideră funcțiile $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ și $g : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ definite prin $f(x) = x^2 + 2x + 1$ și $g(x) = x - 2009$.
Să se demonstreze că, pentru orice $x \in \mathbb{R}$, $(f \circ g)(x) \geq 0$.
- 5p** 3. Să se rezolve în $(0, \pi)$ ecuația $\operatorname{tg}\left(x + \frac{\pi}{3}\right) = \operatorname{tg}\left(\frac{\pi}{2} - x\right)$.
- 5p** 4. Să se determine $x \in \mathbb{N}$, $x \geq 3$ știind că $C_x^{x-1} + C_{x-1}^{x-3} \leq 9$.
- 5p** 5. Să se determine $m \in \mathbb{R}$ știind că dreptele $d_1 : mx + (m+2)y - 1 = 0$ și $d_2 : (m+2)x + 4my - 8 = 0$ sunt paralele.
- 5p** 6. Fie ABC un triunghi cu $\operatorname{tg} A = 2$, $\operatorname{tg} B = 3$. Să se determine măsura unghiului C .

SUBIECTUL I (30p)

- 5p** 1. Să se determine primul termen al progresiei aritmetice $a_1, a_2, 13, 17, \dots$.
- 5p** 2. Să se arate că funcția $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = x^3 + 2 \sin x$ este impară.
- 5p** 3. Să se rezolve în mulțimea numerelor reale ecuația $3 \sin x + \sqrt{3} \cos x = 0$.
- 5p** 4. Să se determine probabilitatea ca, alegând un număr din mulțimea numerelor naturale de trei cifre, acesta să aibă suma cifelor egală cu 2.
- 5p** 5. Să se determine $m \in \mathbb{R}$ știind că dreptele $d_1: mx + 3y - 2 = 0$ și $d_2: 12x + 2y + 1 = 0$ sunt perpendiculare.
- 5p** 6. Știind că $\operatorname{tg} \frac{\alpha}{2} = \frac{1}{\sqrt{3}}$, să se calculeze $\sin \alpha$.

SUBIECTUL I (30p)**Varianta 66**<http://www.pro-matematica.ro>

- 5p** 1. Să se calculeze $(2+i)(3-2i) - (1-2i)(2-i)$.
- 5p** 2. Să se arate că $\frac{1}{3}$ este o perioadă a funcției $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = \{3x\}$, unde $\{a\}$ este partea fracționară a numărului a .
- 5p** 3. Să se rezolve în $[0, 2\pi]$ ecuația $\sqrt{3} \sin x - \cos x = 1$.
- 5p** 4. Să se calculeze $\frac{C_{20}^{10}}{C_{20}^9}$.
- 5p** 5. Se consideră punctele $A(2,3)$, $B(4,n)$, $C(2,2)$ și $D(m,5)$. Să se determine $m, n \in \mathbb{R}$ astfel încât patrulaterul $ABCD$ să fie paralelogram.
- 5p** 6. Să se calculeze $\cos^2 x$, știind că $\operatorname{tg} x = 4$.

SUBIECTUL I (30p)Varianta 67<http://www.pro-matematica.ro>

- 5p** 1. Să se determine primul termen al progresiei geometrice cu termeni pozitivi $b_1, 6, b_3, 24, \dots$.
- 5p** 2. Să se determine $m \in \mathbb{R}$ astfel încât funcția $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = (3 - m^2)x + 3$, să fie strict crescătoare.
- 5p** 3. Să se calculeze $\sin \frac{\pi}{3} + \sin \frac{2\pi}{3} + \sin \frac{3\pi}{3} + \sin \frac{4\pi}{3}$.
- 5p** 4. Se consideră mulțimea M a tuturor funcțiilor definite pe $A = \{1, 2, 3\}$ cu valori în $B = \{5, 6, 7\}$. Să se calculeze probabilitatea ca, alegând o funcție din mulțimea M , aceasta să fie injectivă.
- 5p** 5. Se consideră punctul G , centrul de greutate al triunghiului ABC . Prin punctul G se duce paralela la AB care intersectează dreapta BC în punctul P . Să se determine $m \in \mathbb{R}$ astfel încât $\overrightarrow{GP} = m\overrightarrow{AB}$.
- 5p** 6. Să se calculeze $\cos 2\alpha$, știind că $\cos \alpha = \frac{1}{3}$.

SUBIECTUL I (30p)Varianta 68<http://www.pro-matematica.ro>

- 5p** 1. Să se arate că numărul $\frac{25}{4+3i} + \frac{25}{4-3i}$ este întreg.
- 5p** 2. Să se determine $m \in \mathbb{R}$ astfel încât funcția $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = (m^2 - 2)x - 3$ să fie strict descrescătoare.
- 5p** 3. Să se rezolve în mulțimea numerelor reale ecuația $\operatorname{arctg} \frac{x}{3} + \operatorname{arctg} \frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{\pi}{3}$.
- 5p** 4. Să se determine probabilitatea ca alegând un număr din mulțimea numerelor naturale pare de două cifre, acesta să fie divizibil cu 4.
- 5p** 5. Pe laturile AB și AC ale triunghiului ABC se consideră punctele M și respectiv N astfel încât $\overrightarrow{AM} = 3\overrightarrow{MB}$ și $\overrightarrow{AN} = \frac{3}{4}\overrightarrow{AC}$. Să se demonstreze că vectorii \overrightarrow{MN} și \overrightarrow{BC} sunt coliniari.
- 5p** 6. Să se calculeze $\sin \frac{11\pi}{12}$.

SUBIECTUL I (30p)**Varianta 69**<http://www.pro-matematica.ro>**5p**

1. Să se determine $z \in \mathbb{C}$ știind că $\frac{\bar{z} + 7i}{z} = 6$.

5p

2. Fie funcția $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = 2x + 1$. Să se calculeze $f(1) + f(2) + f(3) + \dots + f(50)$.

5p

3. Se consideră funcția $f : \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{N}$, $f(x) = 3x + 1$. Să se demonstreze că funcția f este neinvertibilă.

5p

4. Să se calculeze probabilitatea ca, alegând o cifră din mulțimea $\{0, 1, 2, \dots, 9\}$, aceasta să verifice inegalitatea $(x+1)! - x! \leq 100$.

5p

5. Să se arate că dreptele de ecuații $d_1 : 2x - y + 1 = 0$ și $d_2 : 2x + y - 1 = 0$ sunt simetrice față de axa Oy .

5p

6. Să se calculeze $\cos \frac{7\pi}{12}$.

SUBIECTUL I (30p)Varianta 70<http://www.pro-matematica.ro>

- 5p** 1. Să se calculeze $(1+i)^{20}$.
- 5p** 2. Se consideră funcția $f: \mathbb{R}^* \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = \frac{1}{x}$. Să se calculeze suma
 $S = f(f(-10)) + f(f(-9)) + \dots + f(f(-1)) + f(f(1)) + \dots + f(f(9)) + f(f(10))$.
- 5p** 3. Să se arate că funcția $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = \log_2(3^x + 1)$ este injectivă.
- 5p** 4. Să se calculeze $A_5^3 - 6C_5^3$.
- 5p** 5. Să se determine $m \in \mathbb{R}$ știind că distanța de la punctul $A(m, m+1)$ la dreapta $d: 3x - 4y - 1 = 0$ este 1.
- 5p** 6. Să se calculeze $\cos 75^\circ - \cos 15^\circ$.

SUBIECTUL I (30p)Varianta 71<http://www.pro-matematica.ro>

- 5p** 1. Să se calculeze $\log_7 2009 - \log_7 287 - 1$.
- 5p** 2. Se consideră funcția $f : \mathbb{R}^* \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = x^2 - \frac{1}{x^2}$. Să se arate că funcția f este pară.
- 5p** 3. Să se arate că valoarea maximă a funcției $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = 3 - x^4$ este $f(0)$.
- 5p** 4. Să se determine $n \in \mathbb{N}$, $n \geq 2$, astfel încât $3C_n^1 + 2C_n^2 = 8$.
- 5p** 5. Se consideră triunghiul ABC și punctele A', B', C' astfel încât $\overrightarrow{A'C} = 2\overrightarrow{BA'}$, $\overrightarrow{B'C} = \frac{2}{5}\overrightarrow{AC}$, $\overrightarrow{C'A} = 3\overrightarrow{BC'}$. Să se arate că dreptele AA' , BB' și CC' sunt concurente.
- 5p** 6. Să se determine ecuația medianei corespunzătoare laturii BC a triunghiului ABC , știind că $A(2, 2)$ și ecuațiile medianelor duse din B și C sunt $2x + y - 2 = 0$, respectiv $x - y + 2 = 0$.

SUBIECTUL I (30p)Varianta 72<http://www.pro-matematica.ro>

- 5p** 1. Să se arate că numărul $\left(\cos\frac{\pi}{4} + i\sin\frac{\pi}{4}\right)^{100}$ este real.
- 5p** 2. Se consideră funcția $f : \mathbb{R}^* \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = x^3 - \frac{1}{x}$. Să se arate că funcția f este impară.
- 5p** 3. Să se determine imaginea funcției $f : [1, 4] \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = x^2 - x$.
- 5p** 4. Să se calculeze $C_{2009}^0 \cdot 5^{2009} - C_{2009}^1 \cdot 5^{2008} \cdot 4 + C_{2009}^2 \cdot 5^{2007} \cdot 4^2 - \dots - C_{2009}^{2009} \cdot 4^{2009}$.
- 5p** 5. Se consideră punctul $A(1, 2)$ și dreapta de ecuație $d : 4x - 2y + 5 = 0$. Să se determine ecuația perpendicularei duse din punctul A pe dreapta d .
- 5p** 6. Să se calculeze $\sin 75^\circ \cdot \cos 15^\circ$.

SUBIECTUL I (30p)Varianta 73<http://www.pro-matematica.ro>

- 5p** 1. Să se calculeze $|5 - 12i| - |12 + 5i|$.
- 5p** 2. Se consideră funcția $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = x^2 - x^4$. Să se calculeze $(f \circ f \circ f \circ f)(1)$.
- 5p** 3. Să se rezolve în mulțimea numerelor reale ecuația $2^x + 4^x = 20$.
- 5p** 4. Să se determine probabilitatea ca, alegând un element al mulțimii $A = \{0, 5, 10, \dots, 2010\}$, acesta să fie divizibil cu 25.
- 5p** 5. Se consideră un triunghi ABC , cu lungimile laturilor $AB = c$, $AC = b$ și un punct D astfel încât $\overrightarrow{AD} = b\overrightarrow{AB} + c\overrightarrow{AC}$. Să se arate că semidreapta $[AD$ este bisectoarea unghiului BAC .
- 5p** 6. Fie $\alpha \in \left(\frac{\pi}{2}, \pi\right)$ astfel încât $\cos 2\alpha = \frac{1}{2}$. Să se calculeze $\cos \alpha$.

SUBIECTUL I (30p)Varianta 74<http://www.pro-matematica.ro>

- 5p** 1. Să se rezolve în mulțimea numerelor complexe ecuația $z^2 + 3z + 4 = 0$.
- 5p** 2. Se consideră funcția $f : (0, \infty) \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = x - 2m + 2$. Să se determine $m \in \mathbb{R}$ astfel încât graficul funcției f să nu intersecteze axa Ox .
- 5p** 3. Să se rezolve în mulțimea numerelor reale ecuația $\sqrt{2-x} + \sqrt[3]{x-2} = 0$.
- 5p** 4. Să se arate că $C_{a+b}^a = C_{a+b}^b$, pentru oricare $a, b \in \mathbb{N}^*$.
- 5p** 5. Să se determine $m \in \mathbb{R}$ astfel încât punctele $A(3, 3)$, $B(2, 4)$ și $C(2m, 1-m)$ să fie coliniare.
- 5p** 6. Fie $\alpha \in \left(\frac{\pi}{2}, \pi\right)$ astfel încât $\cos 2\alpha = -\frac{1}{2}$. Să se calculeze $\sin \alpha$.

SUBIECTUL I (30p)

- 5p 1. Să se ordoneze crescător numerele $a = -\sqrt[3]{27}$, $b = \log_2 \frac{1}{16}$ și $c = -2$.
- 5p 2. Să se determine valorile parametrului real m știind că parabola asociată funcției $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = x^2 + mx - 2m$ se află situată deasupra axei Ox .
- 5p 3. Să se rezolve în mulțimea numerelor reale ecuația $\log_2 \left(\sqrt{x^2 + x - 2} \right) = 1$.
- 5p 4. Se consideră dreptele paralele d_1, d_2 și punctele distincte $A, B, C \in d_1, M, N, P, Q \in d_2$. Să se determine numărul triunghiurilor care au toate vârfurile în mulțimea celor șapte puncte date.
- 5p 5. Să se determine coordonatele simetricului punctului $A(-3; 2)$ față de mijlocul segmentului $[BC]$, unde $B(1; -4)$ și $C(-5, -1)$.
- 5p 6. Să se calculeze aria triunghiului ABC în care $AM = BC = 4$, unde M este mijlocul lui (BC) , iar $m(\sphericalangle AMC) = 150^\circ$.

SUBIECTUL I (30p)**Varianta 76**<http://www.pro-matematica.ro>

- 5p** 1. Să se verifice dacă numărul $\sqrt{3-2\sqrt{2}}$ aparține mulțimii $\{a + b\sqrt{2} \mid a, b \in \mathbb{Z}\}$.
- 5p** 2. Se consideră ecuația $x^2 - 3x + 1 = 0$, cu rădăcinile x_1 și x_2 . Să se arate că $x_1^2 + x_2^2 \in \mathbb{N}$.
- 5p** 3. Să se rezolve în mulțimea numerelor reale ecuația $\operatorname{arctg} \sqrt{3} + \operatorname{arctg} x = \frac{\pi}{2}$.
- 5p** 4. Să se arate că oricare ar fi n natural, $n \geq 1$, are loc egalitatea $C_{2n}^n = 2 \cdot C_{2n-1}^n$.
- 5p** 5. Se consideră vectorii $\vec{u} = \vec{i} - \vec{j}$ și $\vec{v} = 2\vec{i} + 4\vec{j}$. Să se calculeze modulul vectorului $\vec{u} + \vec{v}$.
- 5p** 6. Fie $\alpha \in \left(\frac{\pi}{2}, \pi\right)$, astfel încât $\sin \alpha = \frac{3}{5}$. Să se calculeze $\operatorname{tg} \frac{\alpha}{2}$.

SUBIECTUL I (30p)Varianta 77<http://www.pro-matematica.ro>

- 5p** 1. Se consideră progresia aritmetică $(a_n)_{n \geq 1}$ de rație 2 și cu $a_3 + a_4 = 8$. Să se determine a_1 .
- 5p** 2. Fie $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = 1 + x$. Să se calculeze $f(-1) + f(-2) + f(-3) + \dots + f(-10)$.
- 5p** 3. Să se rezolve în mulțimea numerelor reale ecuația $4^x - 2^x = 56$.
- 5p** 4. Să se calculeze $A_4^3 - A_3^2 - C_4^2$.
- 5p** 5. Fie ABC un triunghi și G centrul său de greutate. Se consideră punctul M definit prin $\overrightarrow{MB} = -2\overrightarrow{MC}$.
Să se arate că dreptele GM și AC sunt paralele.
- 5p** 6. Fie $\alpha \in \left(0, \frac{\pi}{2}\right)$, astfel încât $\sin \alpha = \frac{3}{4}$. Să se calculeze $\operatorname{tg} \alpha$.

SUBIECTUL I (30p)**Varianta 78**<http://www.pro-matematica.ro>

- 5p** 1. Să se calculeze $10^{\lg 7} - \sqrt[3]{343}$.
- 5p** 2. Să se rezolve în mulțimea numerelor reale inecuația $2x^2 - 3x + 1 \leq 0$.
- 5p** 3. Să se arate că funcția $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = \log_3 2^x - x$ este injectivă.
- 5p** 4. Să se calculeze numărul diagonalelor unui poligon convex cu 8 laturi.
- 5p** 5. Fie $ABCD$ un paralelogram și P un punct astfel ca $\overrightarrow{BP} = 2\overrightarrow{PD}$. Să se arate că $\overrightarrow{BP} = \frac{2}{3}(\overrightarrow{BA} + \overrightarrow{BC})$.
- 5p** 6. Fie $a, b \in \left(-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right)$, astfel încât $a + b = \frac{\pi}{4}$. Să se arate că $\operatorname{tg} a \operatorname{tg} b + \operatorname{tg} a + \operatorname{tg} b = 1$.

SUBIECTUL I (30p)Varianta 79<http://www.pro-matematica.ro>

- 5p** 1. Să se arate că $\left(-\infty, \frac{3}{2}\right) \cap (\log_2 3, \infty) = \emptyset$.
- 5p** 2. Se consideră funcția $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = x^2 - 4x + 3$. Să se determine abscisele punctelor de intersecție a graficului funcției f cu axa Ox .
- 5p** 3. Să se rezolve în mulțimea numerelor reale ecuația $\sqrt{x} + \sqrt{1-x} = 1$.
- 5p** 4. Să se determine $n \in \mathbb{N}, n \geq 3$, astfel încât C_n^3 să dividă C_{n+1}^3 .
- 5p** 5. Fie punctele $A(1,2), B(-1,3)$ și $C(0,4)$. Să se calculeze lungimea înălțimii duse din vârful A al triunghiului ABC .
- 5p** 6. Fie $x \in \mathbb{R}$, astfel încât $\operatorname{tg}^2 x = 6$. Să se calculeze $\cos^2 x$.

SUBIECTUL I (30p)Varianta 80<http://www.pro-matematica.ro>

- 5p** 1. Să se calculeze $(1-i)(1-i^2)(1-i^3)\dots(1-i^{2009})$.
- 5p** 2. Se consideră funcțiile $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = 1 - x$ și $g : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $g(x) = 2x - 1$. Să se arate că funcția $f \circ g$ este descrescătoare.
- 5p** 3. Să se rezolve în mulțimea numerelor reale inecuația $\sqrt[3]{2-x^2} \geq 1$.
- 5p** 4. Să se calculeze numărul funcțiilor injective $f : \{1, 2, 3\} \rightarrow \{1, 2, 3, 4, 5\}$ cu proprietatea că $f(1) \neq 1$.
- 5p** 5. Să se determine ecuația dreptei care trece prin punctul $P(4, -1)$ și este paralelă cu dreapta $x - 2y + 1 = 0$.
- 5p** 6. Fie $x \in \mathbb{R}$ astfel încât $\sin x = \frac{1}{2} + \cos x$. Să se calculeze $\sin 2x$.

SUBIECTUL I (30p)**Varianta 81**<http://www.pro-matematica.ro>

- 5p** 1. Să se calculeze partea întreagă a numărului $\log_2 500$.
- 5p** 2. Se consideră ecuația $x^2 - 2x + m = 0$, $m \in \mathbb{R}$, care are rădăcinile reale x_1 și x_2 . Știind că $|x_1 - x_2| = 1$, să se determine m .
- 5p** 3. Să se rezolve în mulțimea numerelor reale ecuația $\sqrt[3]{1-x} = 1+x$.
- 5p** 4. Să se calculeze $C_{16}^0 + C_{16}^2 + C_{16}^4 + \dots + C_{16}^{16}$.
- 5p** 5. Să se determine $a \in \mathbb{R}$ știind că dreptele $x + y = 1$ și $3x - ay = 2$ sunt paralele.
- 5p** 6. Fie $a, b \in \mathbb{R}$, astfel încât $a + b = \frac{\pi}{2}$. Să se arate că $\sin 2a + \sin 2b = 2 \cos(a - b)$.

SUBIECTUL I (30p)**Varianta 82**<http://www.pro-matematica.ro>

- 5p** 1. Să se verifice că numărul $1+i$ este rădăcină a ecuației $z^4 + 4 = 0$.
- 5p** 2. Să se arate că vârful parabolei asociate funcției $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = x^2 - 4x + 9$ se află pe dreapta de ecuație $x + y = 7$.
- 5p** 3. Fie $f : \{1, 2, 3\} \rightarrow \{4, 5, 6\}$ o funcție injectivă. Să se arate că $f(1) + f(2) + f(3) = 15$.
- 5p** 4. Să se calculeze probabilitatea ca, alegând un număr din mulțimea numerelor naturale de două cifre, acesta să aibă ambele cifre impare.
- 5p** 5. Se consideră punctele $A(1, 0)$, $B(2, 3)$ și $C(-1, 4)$. Să se calculeze $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC}$.
- 5p** 6. Fie $a \in \mathbb{R}$, astfel încât $\sin a = \frac{1}{4}$. Să se calculeze $\sin 3a$.

SUBIECTUL I (30p)**Varianta 83**<http://www.pro-matematica.ro>

- 5p** 1. Să se arate că numărul $\sqrt[3]{3}$ aparține intervalului $(\sqrt{2}, \log_2 5)$.
- 5p** 2. Să se determine valorile reale ale lui m știind că $x^2 + 3x + m \geq 0$, oricare ar fi $x \in \mathbb{R}$.
- 5p** 3. Să se rezolve în mulțimea numerelor reale ecuația $\sin\left(x + \frac{\pi}{6}\right) + \cos\left(\frac{\pi}{3} - x\right) = 1$.
- 5p** 4. Într-o urnă sunt 49 de bile, inscripționate cu numerele de la 1 la 49. Să se calculeze probabilitatea ca, extrăgând o bilă din urnă, aceasta să aibă scris pe ea un pătrat perfect.
- 5p** 5. Să se determine $m \in \mathbb{R}$ știind că vectorii $\vec{u} = 2\vec{i} - 3\vec{j}$ și $\vec{v} = m\vec{i} + 4\vec{j}$ sunt perpendiculari.
- 5p** 6. Să se arate că $\operatorname{tg} 1^\circ \cdot \operatorname{tg} 2^\circ \cdot \operatorname{tg} 3^\circ \cdot \dots \cdot \operatorname{tg} 89^\circ = 1$.

SUBIECTUL I (30p)Varianta 84<http://www.pro-matematica.ro>

- 5p** 1. Fie $z \in \mathbb{C}$. Să se arate că dacă $2z + 3\bar{z} \in \mathbb{R}$, atunci $z \in \mathbb{R}$.
- 5p** 2. Să se determine funcția de gradul al doilea al cărei grafic conține punctele $(0,4)$, $(1,-2)$ și $(-1,1)$.
- 5p** 3. Se se arate că funcția $f : (0, \infty) \rightarrow (1, 3)$, $f(x) = \frac{x+3}{x+1}$ este bijectivă.
- 5p** 4. Să se determine numerele naturale n , $n \geq 5$, astfel încât $C_n^3 = C_n^5$.
- 5p** 5. Se consideră punctele A, B, C, D astfel încât $\overline{AB} = \overline{CD}$. Să se arate că $\overline{AC} + \overline{DB} = \vec{0}$.
- 5p** 6. Fie $a, b \in \mathbb{R}$, astfel încât $a - b = \pi$. Să se arate că are loc relația $\cos a \cdot \cos b \leq 0$.

SUBIECTUL I (30p)**Varianta 85**<http://www.pro-matematica.ro>

- 5p** 1. Fie $z \in \mathbb{C}$. Să se arate că numărul $i(z - \bar{z})$ este real.
- 5p** 2. Să se determine $m \in \mathbb{R}$ pentru care parabola asociată funcției $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = x^2 + (m+1)x + m$ este tangentă la axa Ox .
- 5p** 3. Să se rezolve în mulțimea numerelor reale ecuația $\sqrt{x+1} = 5 - x$.
- 5p** 4. Câți termeni ai dezvoltării $(1+2)^7$ sunt divizibili cu 14?
- 5p** 5. Fie ABC un triunghi echilateral de arie $\sqrt{3}$. Să se calculeze $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC}$.
- 5p** 6. Fie $a, b \in \mathbb{R}$, astfel încât $a + b = \frac{3\pi}{2}$. Să se arate că $\sin 2a - \sin 2b = 0$.

SUBIECTUL I (30p)**Varianta 86**<http://www.pro-matematica.ro>

- 5p** 1. Să se arate că numărul $\frac{1+3i}{1-3i} + \frac{1-3i}{1+3i}$ este real.
- 5p** 2. Numere reale a și b au suma 5 și produsul 2. Să se calculeze valoarea sumei $\frac{a}{b} + \frac{b}{a}$.
- 5p** 3. Să se rezolve în mulțimea numerelor reale ecuația $\sin\left(x + \frac{\pi}{3}\right) = \cos\left(x - \frac{\pi}{6}\right)$.
- 5p** 4. Câte elemente ale mulțimii $A = \left\{x \mid x = C_7^k, k \in \mathbb{N}, k \leq 7\right\}$ sunt divizibile cu 7?
- 5p** 5. Fie $ABCD$ un dreptunghi cu $AB = 3$ și $AD = 6$. Să se calculeze modulul vectorului $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{AD}$.
- 5p** 6. Să se calculeze suma $\cos 1^\circ + \cos 2^\circ + \cos 3^\circ + \dots + \cos 179^\circ$.

SUBIECTUL I (30p)Varianta 87<http://www.pro-matematica.ro>

- 5p** 1. Fie $z \in \mathbb{C}$ o rădăcină de ordin 3 a unității, diferită de 1. Să se calculeze $1 + z + z^2$.
- 5p** 2. Să se determine soluțiile întregi ale inecuației $x^2 + x - 6 \leq 0$.
- 5p** 3. Fie funcția $f : (1, \infty) \rightarrow (2, \infty)$, $f(x) = x^2 + 1$. Să se arate că funcția f este bijectivă.
- 5p** 4. Câte numere naturale de la 1 la 100 sunt divizibile cu 6 și cu 8?
- 5p** 5. Să se determine $a \in \mathbb{R}$ pentru care vectorii $\vec{v}_1 = a\vec{i} + (a+1)\vec{j}$ și $\vec{v}_2 = 3\vec{i} + 5\vec{j}$ sunt coliniari.
- 5p** 6. Triunghiul ABC are laturile $AB = 3$, $BC = 5$ și $AC = 7$. Să se calculeze lungimea razei cercului înscris în triunghiul ABC .

SUBIECTUL I (30p)

- 5p** 1. Să se ordoneze crescător numerele $a = \lg 2 - \lg 20$, $b = C_3^2 - C_4^2$ și $c = -\sqrt[3]{4\sqrt{4}}$.
- 5p** 2. Să se determine $a \in \mathbb{R}$ știind că distanța de la vârful parabolei de ecuație $y = x^2 + 2x + a$ la axa Ox este egală cu 1.
- 5p** 3. Numerele reale x și y verifică egalitatea $\operatorname{arctg} x + \operatorname{arctg} y = \frac{\pi}{2}$. Să se arate că $x \cdot y = 1$.
- 5p** 4. Să se arate că numărul A_n^3 , $n \in \mathbb{N}$, $n \geq 3$ este divizibil cu 3.
- 5p** 5. Punctele E, F, G, H sunt mijloacele laturilor $[BC]$, $[DA]$, $[AB]$, respectiv $[CD]$ ale patrulaterului $ABCD$. Să se demonstreze că $\overrightarrow{EF} + \overrightarrow{HG} = \overrightarrow{CA}$.
- 5p** 6. Să se calculeze $\operatorname{tg} x$, știind că $x \in \left(\frac{3\pi}{4}, \pi\right)$ și $\sin 2x = -\frac{3}{5}$.

SUBIECTUL I (30p)**Varianta 89**<http://www.pro-matematica.ro>

- 5p** 1. Să se determine numerele complexe z care verifică relația $z + 3i = 6 \cdot \bar{z}$.
- 5p** 2. Să se rezolve în mulțimea numerelor reale ecuația $|1 - 2x| = |x + 4|$.
- 5p** 3. Să se determine imaginea funcției $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = \frac{x}{1 + 4x^2}$.
- 5p** 4. Să se determine numărul funcțiilor strict monotone $f : \{1, 2, 3\} \rightarrow \{5, 6, 7, 8\}$.
- 5p** 5. Să se demonstreze că pentru orice punct M din planul paralelogramului $ABCD$ are loc egalitatea $\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MC} = \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MD}$.
- 5p** 6. Fie a și b numere reale, astfel încât $a + b = \frac{\pi}{3}$. Să se arate că $\sin 2a - \sin 2b - \sin(a - b) = 0$.

SUBIECTUL I (30p)**Varianta 90**<http://www.pro-matematica.ro>

- 5p** 1. Se consideră progresia aritmetică $(a_n)_{n \geq 1}$ cu rația 3. Știind că suma primilor 10 termeni ai progresiei este 150, să se determine a_1 .
- 5p** 2. Să se determine toate perechile (a, b) de numere reale pentru care $a^2 + b^2 = a + b = 2$.
- 5p** 3. Să se rezolve în mulțimea numerelor reale ecuația $\lg x + \lg(9 - 2x) = 1$.
- 5p** 4. Să se determine probabilitatea ca, alegând un număr din mulțimea $\{1, 2, 3, \dots, 100\}$, acesta să **nu** fie divizibil cu 7.
- 5p** 5. Se consideră punctele $A(0, 2)$, $B(1, -1)$ și $C(5, 1)$. Să se determine ecuația dreptei duse din vârful A , perpendiculară pe dreapta BC .
- 5p** 6. Să se arate că $1 + \cos \frac{2\pi}{5} + \cos \frac{4\pi}{5} + \cos \frac{6\pi}{5} + \cos \frac{8\pi}{5} = 0$.

SUBIECTUL I (30p)**Varianta 91**<http://www.pro-matematica.ro>

- 5p** 1. Să se calculeze modulul numărului complex $z = \left(\sqrt{2} - 1 + i(\sqrt{2} + 1)\right)^2$.
- 5p** 2. Să se determine numerele reale x și y știind că $x + 2y = 1$ și $x^2 - 6y^2 = 1$.
- 5p** 3. Să se arate că funcția $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = x^2 + x + 1$ nu este injectivă.
- 5p** 4. Să se calculeze $C_{10}^3 - C_9^3$.
- 5p** 5. Fie $ABCD$ un paralelogram. Știind că vectorii $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD}$ și $\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AD}$ au același modul, să se arate că $ABCD$ este dreptunghi.
- 5p** 6. Să se arate că $\sin 40^\circ \cdot \sin 140^\circ = \cos^2 130^\circ$.

SUBIECTUL I (30p)**Varianta 92**<http://www.pro-matematica.ro>

- 5p** 1. Numerele reale pozitive a, b, c, d sunt în progresie geometrică. Știind că $d - a = 7$ și $c - b = 2$, să se determine rația progresiei.
- 5p** 2. Să se determine valorile reale nenule ale lui m știind că $mx^2 + x - 2 \leq 0$, oricare ar fi $x \in \mathbb{R}$.
- 5p** 3. Să se rezolve în intervalul $(0, 5)$ ecuația $\sin\left(2x + \frac{\pi}{6}\right) = -\frac{1}{2}$.
- 5p** 4. Să se determine numărul $n = C_{10}^0 - C_{10}^2 + C_{10}^4 - C_{10}^6 + C_{10}^8$.
- 5p** 5. Să se determine $a \in \mathbb{R}$ pentru care vectorii $\vec{u} = (a - 1)\vec{i} - (2a + 2)\vec{j}$ și $\vec{v} = (a + 1)\vec{i} - \vec{j}$ sunt perpendiculari.
- 5p** 6. Fie $\alpha \in \left(\pi, \frac{3\pi}{2}\right)$ astfel încât $\cos \alpha = -\frac{1}{3}$. Să se calculeze $\sin 2\alpha$.

SUBIECTUL I (30p)**Varianta 93**<http://www.pro-matematica.ro>

- 5p** 1. Să se calculeze modulele rădăcinilor complexe ale ecuației $z^2 + 2z + 4 = 0$.
- 5p** 2. Să se determine funcțiile de gradul întâi $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, care sunt strict crescătoare și îndeplinesc condiția $f(f(x)) = 4x + 3$, oricare ar fi $x \in \mathbb{R}$.
- 5p** 3. Să se rezolve în mulțimea numerelor reale ecuația $2^x + 4^{\frac{x+1}{2}} = 12$.
- 5p** 4. Care este probabilitatea ca, alegând un număr din mulțimea numerelor naturale de la 1 la 1000, acesta să fie cub perfect?
- 5p** 5. Se consideră punctele $A(1,2)$ și $B(3,4)$. Să se calculeze distanța de la originea axelor la dreapta AB .
- 5p** 6. Să se determine $\alpha \in (0, 2\pi)$ astfel ca $\operatorname{tg} \alpha = \sin \alpha$.

SUBIECTUL I (30p)**Varianta 94**<http://www.pro-matematica.ro>

- 5p** 1. Să se calculeze $\left(\frac{(1-2i)(3i-1)}{5}\right)^4$.
- 5p** 2. Să se arate că funcția $f : (-1,1) \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = \ln \frac{1-x}{1+x}$ este impară.
- 5p** 3. Să se rezolve în mulțimea numerelor reale ecuația $5^x + 5^{-x} = 2$.
- 5p** 4. Care este probabilitatea ca, alegând un număr din mulțimea numerelor naturale de trei cifre, prima sa cifră să fie număr prim?
- 5p** 5. Fie ABC un triunghi și O centrul cercului circumscris lui. Știind că $\overrightarrow{BO} = \overrightarrow{OC}$, să se arate că triunghiul ABC este dreptunghic.
- 5p** 6. Fie $\alpha \in \mathbb{R}$, astfel încât $\sin \alpha + \cos \alpha = 1$. Să se calculeze $\operatorname{tg} 2\alpha$.

SUBIECTUL I (30p)**Varianta 95**<http://www.pro-matematica.ro>

- 5p** 1. Să se calculeze partea întreagă a numărului $\frac{10}{\sqrt{2}-1}$.
- 5p** 2. Să se rezolve în mulțimea numerelor reale ecuația $x + \frac{1}{|1+x|} = 1$.
- 5p** 3. Să se studieze monotonia funcției $f : (0, \infty) \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = 2009^x + \log_{2009} x$.
- 5p** 4. Care este probabilitatea ca, alegând un număr din mulțimea numerelor naturale de trei cifre, produsul cifrelor sale să fie impar?
- 5p** 5. Să se demonstreze că vectorii $\vec{u} = 3\vec{i} + a\vec{j}$ și $\vec{v} = (a+1)\vec{i} + a\vec{j}$ nu pot fi perpendiculari pentru nicio valoare reală a numărului a .
- 5p** 6. Să se arate că $\sin x + \sin 3x + \sin 5x = (1 + 2\cos 2x) \cdot \sin 3x$, oricare ar fi $x \in \mathbb{R}$.

SUBIECTUL I (30p)**Varianta 96**<http://www.pro-matematica.ro>

- 5p** 1. Fie a, b, c numere naturale nenule în progresie geometrică. Știind că $a + b + c$ este un număr par, să se arate că numerele a, b, c sunt pare.
- 5p** 2. Fie funcția $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = x^2 + 3x + 2$. Să se arate că $f(a) + f(a+1) \geq 0$, oricare ar fi $a \in \mathbb{R}$.
- 5p** 3. Să se rezolve în mulțimea numerelor reale inecuația $\log_2 x + \log_4 x > 3$.
- 5p** 4. Să se determine numerele naturale $n, n \geq 2$, pentru care $C_n^1 + C_n^2 = 120$.
- 5p** 5. Să se arate că unghiul vectorilor $\vec{u} = 2\vec{i} - a\vec{j}$ și $\vec{v} = \vec{i} + \vec{j}$ este obtuz dacă și numai dacă $a > 2$.
- 5p** 6. Fie ABC un triunghi cu $\sin A = \frac{1}{2}$, $\sin B = 1$ și $BC = 4$. Să se calculeze aria triunghiului ABC .

SUBIECTUL I (30p)Varianta 97<http://www.pro-matematica.ro>

- 5p** 1. Să se ordoneze crescător numerele $3!$, $\sqrt[3]{100}$, $\log_2 32$.
- 5p** 2. Să se arate că $x^2 + 3xy + 4y^2 \geq 0$, oricare ar fi $x, y \in \mathbb{R}$.
- 5p** 3. Să se rezolve în mulțimea numerelor reale ecuația $\sin 2x = \cos x$.
- 5p** 4. Să se calculeze $A_5^3 - 4C_6^2$.
- 5p** 5. În sistemul de coordonate xOy se consideră punctele A, B, C astfel încât $A(1,3), B(2,5)$ și $\overline{AC} = 2\overline{AB}$.
Să se determine coordonatele punctului C .
- 5p** 6. Fie ABC un triunghi care are $BC = 8$ și $\cos A = \frac{3}{5}$. Să se calculeze lungimea razei cercului circumscris triunghiului ABC .

SUBIECTUL I (30p)**Varianta 98**<http://www.pro-matematica.ro>

- 5p** 1. Fie $z \in \mathbb{C}$ astfel încât $z + 2\bar{z} = 3 + i$. Să se calculeze modulul numărului z .
- 5p** 2. Să se dea un exemplu de ecuație de gradul al doilea cu coeficienți întregi care are o soluție egală cu $\sqrt{3}$.
- 5p** 3. Să se rezolve în mulțimea numerelor reale ecuația $\log_x 2 + \log_{\sqrt{x}} 2 = 9$.
- 5p** 4. Să se determine numărul submulțimilor cu trei elemente ale mulțimii $\{1, 2, 3, 4, 5\}$ care conțin cel puțin un număr par.
- 5p** 5. Fie G centrul de greutate al triunghiului ABC . Să se determine $a, b \in \mathbb{R}$ astfel încât să aibă loc egalitatea
- $$a\overrightarrow{GA} + b\overrightarrow{GB} = \overrightarrow{GC}.$$
- 5p** 6. Știind că $a \in \left(\frac{\pi}{2}, \pi\right)$ și $\sin a = \frac{3}{5}$, să se calculeze $\operatorname{tg} a$.

SUBIECTUL I (30p)Varianta 99<http://www.pro-matematica.ro>

- 5p** 1. Să se calculeze partea întreagă a numărului $\frac{1}{\sqrt{3} - \sqrt{2}}$.
- 5p** 2. Fie f o funcție de gradul întâi. Să se arate că funcția $f \circ f$ este strict crescătoare.
- 5p** 3. Să se rezolve în mulțimea numerelor reale ecuația $3^x + 9^x = \frac{4}{9}$.
- 5p** 4. Câte funcții $f : \{1, 2, 3, \dots, 10\} \rightarrow \{0, 1\}$ au proprietatea că $f(1) + f(2) + f(3) + \dots + f(10) = 2$?
- 5p** 5. Se consideră punctele $M(1, 2), N(2, 5)$ și $P(3, m), m \in \mathbb{R}$. Să se determine valorile reale ale lui m astfel încât $\overrightarrow{MN} \cdot \overrightarrow{MP} = 5$.
- 5p** 6. Să se determine cel mai mare element al mulțimii $\{\cos 1, \cos 2, \cos 3\}$.

SUBIECTUL I (30p) Varianta 100

- 5p** 1. Să se arate că $\sqrt{6+4\sqrt{2}} \in \{a+b\sqrt{2} \mid a,b \in \mathbb{Z}\}$.
- 5p** 2. Să se rezolve în mulțimea numerelor reale ecuația $|1+x|=1-x$.
- 5p** 3. Să se rezolve în mulțimea numerelor reale ecuația $\sqrt[6]{x^2-2x+1} = \sqrt[3]{3-x}$.
- 5p** 4. Să se arate că 11 divide numărul $C_{11}^1 + C_{11}^2 + \dots + C_{11}^{10}$.
- 5p** 5. Fie ABC un triunghi și G centrul său de greutate. Știind că $A(1,1), B(5,2)$ și $G(3,4)$, să se calculeze coordonatele punctului C .
- 5p** 6. Fie $a \in \mathbb{R}$ cu $\operatorname{tg} a = \frac{2}{5}$. Să se calculeze $|\sin a|$.