

EXAMENUL DE BACALAUREAT – 2011

Proba E. c)

Probă scrisă la MATEMATICĂ

Model

Filiera teoretică, profilul real, specializarea științele naturii.

Filiera tehnologică: profilul servicii, toate calificările profesionale; profilul resurse, toate calificările profesionale; profilul tehnic, toate calificările profesionale.

BAREM DE EVALUARE ȘI DE NOTARE

- ◆ Pentru orice soluție corectă, chiar dacă este diferită de cea din barem, se acordă punctajul corespunzător.
- ◆ Nu se acordă fracțiuni de punct, dar se pot acorda punctaje intermediare pentru rezolvări parțiale, în limitele punctajului indicat în barem.
- ◆ Se acordă 10 puncte din oficiu. Nota finală se calculează prin împărțirea punctajului obținut la 10.

SUBIECTUL I

(30 de puncte)

1.	$-1 \leq \frac{x+1}{3} < 1 \Leftrightarrow -3 \leq x+1 < 3$ $-4 \leq x < 2$ $x \in \mathbb{Z} \Rightarrow x \in \{-4, -3, -2, -1, 0, 1\}$	2p 2p 1p
2.	$f(x) = g(x) \Rightarrow 2x - 1 = x^2 - 2x + 3$ $\Rightarrow x^2 - 4x + 4 = 0 \Rightarrow x = 2$ punctul de intersecție este $A(2, 3)$	1p 2p 2p
3.	$\sqrt{2-x} = 2-x$ Condiție $2-x \geq 0 \Rightarrow x \in (-\infty, 2]$ Ecuația dată este echivalentă cu: $2-x = 4-4x+x^2 \Leftrightarrow x^2-3x+2=0$ $x \in \{1, 2\}$	1p 1p 2p 1p
4.	$P_5 = 5! = 120, C_5^2 = \frac{5!}{2!3!} = 10, A_6^2 = \frac{6!}{4!} = 30$ $\frac{P_5}{C_5^2 + A_6^2} = \frac{120}{40} = 3$	3p 2p
5.	$\frac{y-3}{0-3} = \frac{x-2}{-1-2}$ Ecuația dreptei $AB: y = x + 1$	3p 2p
6.	Prin aplicarea teoremei cosinusului în triunghiul MNP se obține $NP^2 = MN^2 + MP^2 - 2MN \cdot MP \cdot \cos(\sphericalangle NMP)$ $\cos 120^\circ = -\frac{1}{2} \Rightarrow NP^2 = 19 \Rightarrow NP = \sqrt{19}$ Perimetrul este egal cu $5 + \sqrt{19}$	2p 2p 1p

SUBIECTUL al II-lea

(30 de puncte)

1.a)	$\det A = \begin{vmatrix} 1 & 2 \\ 0 & 1 \end{vmatrix}$ $= 1 - 0 = 1$	2p 3p
-------------	---	----------

b)	$A^2 = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 4 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$	2p
	$A^2 - 2A + I_2 = \begin{pmatrix} 1 & 4 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} - 2 \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} =$	2p
	$= \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$	1p
c)	$X = \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix} \Rightarrow X^2 = \begin{pmatrix} a^2 + bc & b(a+d) \\ c(a+d) & d^2 + bc \end{pmatrix}$	1p
	$X^2 = A \Leftrightarrow \begin{cases} a^2 + bc = 1 \\ b(a+d) = 2 \\ c(a+d) = 0 \\ d^2 + bc = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a^2 + bc = 1 \\ a = d \\ ab = 1 \\ c = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a^2 = 1 \\ a = d \\ ab = 1 \\ c = 0 \end{cases}$	3p
	Se obțin soluțiile $X = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}, X = \begin{pmatrix} -1 & -1 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}$	1p
2.a)	$(x-3)(y-3) + 3 = xy - 3x - 3y + 9 + 3$ $= x * y, \forall x, y \in \mathbb{R}$	3p 2p
b)	$x * x = 19 \Rightarrow (x-3)^2 + 3 = 19$	2p
	$(x-3)^2 = 16 \Rightarrow x \in \{-1, 7\}$	3p
c)	$x * 3 = 3 * x = 3, \forall x \in \mathbb{R}$	2p
	$\sqrt[3]{1} * \sqrt[3]{2} * \dots * \sqrt[3]{2011} = (\sqrt[3]{1} * \sqrt[3]{2} * \dots * \sqrt[3]{26}) * 3 * (\sqrt[3]{28} * \sqrt[3]{29} * \dots * \sqrt[3]{2011})$	2p
	$= 3$	1p

SUBIECTUL al III-lea

(30 de puncte)

1.a)	$f'(x) = (e^x - x)' = e^x - 1$	3p
	$f'(x) - f(x) = (e^x - 1) - (e^x - x) = x - 1$	2p
b)	$y - f(0) = f'(0)(x - 0)$	2p
	$f(0) = 1, f'(0) = 0$	2p
	Ecuția tangentei este $y = 1$	1p
c)	$\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{f(x)}{x} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{e^x - x}{x} = -1$	2p
	$\lim_{x \rightarrow -\infty} (f(x) + x) = \lim_{x \rightarrow -\infty} e^x = 0$	2p
	Ecuția asimptotei este $y = -x$	1p
2.a)	$\int_1^e \left(f(x) - \frac{1}{x+1} \right) dx = \int_1^e \frac{1}{x} dx$	2p
	$= \ln x \Big _1^e$	2p
	$= 1$	1p

b)	$A = \int_1^2 f(x) dx =$ $= (\ln x + \ln(x+1)) \Big _1^2 =$ $= \ln 3$	<p>2p</p> <p>2p</p> <p>1p</p>
c)	$V = \pi \int_1^2 g^2(x) dx =$ $= \pi \int_1^2 \left(\frac{1}{x^2} + \frac{1}{(x+1)^2} + \frac{2}{x(x+1)} \right) dx =$ $= \pi \left(-\frac{1}{x} - \frac{1}{x+1} + 2 \ln \frac{x}{x+1} \right) \Big _1^2 =$ $= \pi \left(\frac{2}{3} + 2 \ln \frac{4}{3} \right)$	<p>1p</p> <p>1p</p> <p>2p</p> <p>1p</p>