

Examenul de bacalaureat 2012

Proba E.c)

Proba scrisă la MATEMATICĂ

BAREM DE EVALUARE ȘI DE NOTARE

Varianta 9

Filiera teoretică, profilul real, specializarea matematică-informatică

Filiera vocațională, profilul militar, specializarea matematică-informatică

- Pentru orice soluție corectă, chiar dacă este diferită de cea din barem, se acordă punctajul corespunzător.
- Nu se acordă fracțiuni de punct, dar se pot acorda punctaje intermediare pentru rezolvări parțiale, în limitele punctajului indicat în barem.
- Se acordă 10 puncte din oficiu. Nota finală se calculează prin împărțirea punctajului obținut la 10.

SUBIECTUL I

(30 de puncte)

1.	$\log_2(\sqrt{7} + \sqrt{3}) + \log_2(\sqrt{7} - \sqrt{3}) = \log_2(\sqrt{7} + \sqrt{3})(\sqrt{7} - \sqrt{3})$ Finalizare	3p 2p
2.	$f(x) = 0 \Leftrightarrow x = -1$ sau $x = -4$ Distanța este egală cu 3	3p 2p
3.	Notăm $3^x = t$ și obținem $t + 3t = 4$ $t = 1 \Leftrightarrow x = 0$	3p 2p
4.	$T_{k+1} = C_{20}^k \cdot x^{20-k} \cdot \left(\frac{1}{\sqrt{x}}\right)^k = C_{20}^k \cdot x^{20-k-\frac{k}{2}}$ $20 - k - \frac{k}{2} = 14 \Leftrightarrow k = 4$ Rangul termenului este 5	2p 2p 1p
5.	$m_d = -\frac{3}{2}$ Ecuația paralelei este $y - y_A = -\frac{3}{2}(x - x_A)$ adică $y = -\frac{3}{2}x + \frac{15}{2}$	2p 3p
6.	$\frac{BC}{\sin A} = \frac{AB}{\sin C} \Rightarrow \sin C = \frac{1}{2}$ $m(\sphericalangle C) = 30^\circ$, deoarece $m(\sphericalangle A) > m(\sphericalangle C)$	3p 2p

SUBIECTUL al II-lea

(30 de puncte)

1.a)	$\det A = \begin{vmatrix} -1 & a & 2a+4 \\ a+2 & a & a+1 \\ a+1 & 2a-1 & 3 \end{vmatrix} =$ $= \begin{vmatrix} 3a+3 & a & 2a+4 \\ 3a+3 & a & a+1 \\ 3a+3 & 2a-1 & 3 \end{vmatrix} = (3a+3) \begin{vmatrix} 1 & a & 2a+4 \\ 1 & a & a+1 \\ 1 & 2a-1 & 3 \end{vmatrix} = (3a+3) \begin{vmatrix} 1 & a & 2a+4 \\ 0 & 0 & -a-3 \\ 0 & a-1 & -2a-1 \end{vmatrix}$ Finalizare	2p 2p 1p
b)	Sistemul este compatibil determinat $\Leftrightarrow \det A \neq 0$ $\det A = 0 \Leftrightarrow a \in \{-1, 1, -3\}$ $a \in \mathbb{R} \setminus \{-1, 1, -3\}$	2p 2p 1p
c)	$a = -2 \Rightarrow \begin{cases} -x - 2y = 1 \\ -2y - z = 1 \\ -x - 5y + 3z = 2 \end{cases}$	1p

	$x = -\frac{1}{9}, y = -\frac{4}{9}, z = -\frac{1}{9}$	4p
2.a)	$\hat{0}^5 = \hat{0}, \hat{1}^5 = \hat{1}, \hat{2}^5 = \hat{2}, \hat{3}^5 = \hat{3}, \hat{4}^5 = \hat{4}$	5p
b)	$f = X^8 + X^4 + \hat{3}X^4 + \hat{3} = X^4(X^4 + \hat{1}) + \hat{3}(X^4 + \hat{1})$ $f = (X^4 + \hat{1})(X^4 + \hat{3})$	2p 3p
c)	$f(\hat{0}) = \hat{3}$ $a \neq \hat{0} \Rightarrow a^4 = \hat{1}$ $f(a) = \hat{1} + \hat{4} + \hat{3} = \hat{3}$ pentru orice $a \neq \hat{0}$ Finalizare	1p 2p 1p 1p

SUBIECTUL al III-lea

(30 de puncte)

1.a)	f este derivabilă pe \mathbb{R} și $f'(x) = 1 + \frac{x}{\sqrt{x^2 + 1}}$ $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(x) - 1}{x} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(x) - f(0)}{x - 0} = f'(0) = 1$	2p 3p
b)	$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{f(x)}{x} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x + \sqrt{x^2 + 1}}{x} = 2$ $\lim_{x \rightarrow +\infty} (f(x) - 2x) = \lim_{x \rightarrow +\infty} (\sqrt{x^2 + 1} - x) = 0$ $y = 2x$ este ecuația asimptotei oblice spre $+\infty$ la graficul funcției f	2p 2p 1p
c)	f este continuă pe \mathbb{R} , $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = 0$ și $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = +\infty \Rightarrow f$ este surjectivă, deci ecuația are soluție $f'(x) > 0, \forall x \in \mathbb{R} \Rightarrow f$ este strict crescătoare $\Rightarrow f$ este injectivă, deci soluția este unică	2p 3p
2.a)	$I_1 = \int_0^1 x \cdot e^{x^2} dx = \frac{1}{2} e^{x^2} \Big _0^1 =$ $= \frac{e-1}{2}$	3p 2p
b)	$2I_p = \int_0^1 x^{p-1} (2xe^{x^2}) dx = \int_0^1 (e^{x^2})' x^{p-1} dx = e^{x^2} x^{p-1} \Big _0^1 - (p-1) \int_0^1 e^{x^2} x^{p-2} dx$ $2I_p = e - (p-1)I_{p-2} \Rightarrow 2I_p + (p-1)I_{p-2} = e$	3p 2p
c)	Considerăm funcția continuă $f: [0,1] \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = xe^{x^2}$, șirul de diviziuni $\Delta_n = \left(\frac{k}{n}\right)_{k=0,n}$ cu $\ \Delta_n\ \rightarrow 0$ și punctele intermediare $\frac{k}{n} \in \left[\frac{k-1}{n}, \frac{k}{n}\right]$ $\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{1}{n^2} \cdot \left(e^{\frac{1^2}{n^2}} + 2e^{\frac{2^2}{n^2}} + \dots + ne^{\frac{n^2}{n^2}} \right) = \lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{1}{n} \cdot \sum_{k=1}^n \frac{k}{n} \cdot e^{\left(\frac{k}{n}\right)^2} =$ $= \lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{1}{n} \cdot \sum_{k=1}^n f\left(\frac{k}{n}\right) = \int_0^1 f(x) dx = \frac{e-1}{2}$	1p 2p 2p