

Examenul de bacalaureat 2012
Proba E.c)
Proba scrisă la MATEMATICĂ

Varianta 9

Filiera teoretică, profilul real, specializarea matematică-informatică
Filiera vocațională, profilul militar, specializarea matematică-informatică

- Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.
- Timpul de lucru efectiv este de 3 ore.

SUBIECTUL I

(30 de puncte)

- 5p** 1. Arătați că $\log_2(\sqrt{7} + \sqrt{3}) + \log_2(\sqrt{7} - \sqrt{3}) = 2$.
- 5p** 2. Calculați distanța dintre punctele de intersecție a graficului funcției $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = x^2 + 5x + 4$ cu axa Ox .
- 5p** 3. Rezolvați în mulțimea numerelor reale ecuația $3^x + 3^{x+1} = 4$.
- 5p** 4. Determinați rangul termenului care conține x^{14} în dezvoltarea binomului $\left(x + \frac{1}{\sqrt{x}}\right)^{20}$, $x > 0$.
- 5p** 5. Determinați ecuația dreptei care trece prin punctul $A(3,3)$ și este paralelă cu dreapta d de ecuație $3x + 2y - 1 = 0$.
- 5p** 6. Determinați măsura unghiului C al triunghiului ABC , știind că $BC = 2$, $AB = \sqrt{2}$ și măsura unghiului BAC este egală cu 45° .

SUBIECTUL al II-lea

(30 de puncte)

1. Se consideră sistemul de ecuații
$$\begin{cases} -x + ay + (2a + 4)z = 1 \\ (a + 2)x + ay + (a + 1)z = 1 \\ (a + 1)x + (2a - 1)y + 3z = 2 \end{cases}$$
, unde $a \in \mathbb{R}$.
- 5p** a) Arătați că determinantul matricei sistemului este egal cu $3a^3 + 9a^2 - 3a - 9$.
- 5p** b) Determinați valorile reale ale lui a pentru care sistemul este compatibil determinat.
- 5p** c) Pentru $a = -2$, rezolvați sistemul.
2. Se consideră polinomul $f = X^8 + 4X^4 + 3$, $f \in \mathbb{Z}_5[X]$.
- 5p** a) Arătați că $a^5 = a$, pentru orice $a \in \mathbb{Z}_5$.
- 5p** b) Arătați că polinomul f este reducibil peste \mathbb{Z}_5 .
- 5p** c) Arătați că polinomul f nu are rădăcini în \mathbb{Z}_5 .

SUBIECTUL al III-lea

(30 de puncte)

1. Se consideră funcția $f: \mathbb{R} \rightarrow (0, +\infty)$, $f(x) = x + \sqrt{x^2 + 1}$.
- 5p** a) Calculați $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(x) - 1}{x}$.
- 5p** b) Determinați ecuația asimptotei oblice spre $+\infty$ la graficul funcției f .
- 5p** c) Demonstrați că, pentru orice număr real $m > 0$, ecuația $f(x) = m$ are o soluție unică în \mathbb{R} .
2. Pentru fiecare număr natural nenul p , se consideră numărul $I_p = \int_0^1 x^p e^{x^2} dx$.
- 5p** a) Calculați I_1 .
- 5p** b) Arătați că $2I_p + (p-1)I_{p-2} = e$, pentru orice $p \geq 3$.
- 5p** c) Calculați $\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{1}{n^2} \left(e^{\frac{1^2}{n^2}} + 2e^{\frac{2^2}{n^2}} + \dots + ne^{\frac{n^2}{n^2}} \right)$.