

**Examenul de bacalaureat 2012**

**Proba E.c)**

**Proba scrisă la MATEMATICĂ**

**Varianta 9**

*Filiera teoretică, profilul real, specializarea științele naturii*

*Filiera tehnologică: profilul servicii, toate calificările profesionale; profilul resurse, toate calificările profesionale; profilul tehnic, toate calificările profesionale*

- Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.
- Timpul de lucru efectiv este de 3 ore.

**SUBIECTUL I**

**(30 de puncte)**

- 5p** 1. Se consideră numărul  $a = \log_3 2$ . Arătați că  $\log_3 6 = 1 + a$ .
- 5p** 2. Determinați numărul real  $m$ , știind că punctul  $A(0,1)$  aparține graficului funcției  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ ,  
 $f(x) = x^2 - 2x + m - 3$ .
- 5p** 3. Rezolvați în mulțimea numerelor reale ecuația  $\log_2(x+1) - \log_2(x+3) = -1$ .
- 5p** 4. Determinați probabilitatea ca, alegând un număr din mulțimea  $\{1, 2, 3, \dots, 30\}$ , acesta să fie divizibil cu 7.
- 5p** 5. În reperul cartezian  $xOy$  se consideră punctul  $A(4, -1)$ . Determinați coordonatele punctului  $B$ , știind că  $O$  este mijlocul segmentului  $(AB)$ .
- 5p** 6. Calculați cosinusul unghiului  $A$  al triunghiului  $ABC$ , știind că  $AB = 5$ ,  $AC = 6$  și  $BC = 7$ .

**SUBIECTUL al II-lea**

**(30 de puncte)**

1. Se consideră sistemul 
$$\begin{cases} x + y + z = 1 \\ 2x + ay + 3z = 1 \\ 4x + a^2y + 9z = 1 \end{cases}$$
, unde  $a \in \mathbb{R}$  și se notează cu  $A$  matricea sistemului.
- 5p** a) Arătați că  $\det A = -a^2 + 5a - 6$ .
- 5p** b) Determinați valorile reale ale numărului  $a$  pentru care matricea  $A$  este inversabilă.
- 5p** c) Pentru  $a = 1$ , rezolvați sistemul.
2. În  $\mathbb{Z}_5[X]$  se consideră polinomul  $f = mX^5 + nX$ , cu  $m, n \in \mathbb{Z}_5$ .
- 5p** a) Determinați  $n \in \mathbb{Z}_5$  pentru care  $f(\hat{1}) = m$ .
- 5p** b) Pentru  $m = \hat{1}$  și  $n = \hat{4}$ , determinați rădăcinile din  $\mathbb{Z}_5$  ale polinomului  $f$ .
- 5p** c) Arătați că, dacă  $f(\hat{1}) = f(\hat{2})$ , atunci  $f(\hat{3}) = f(\hat{4})$ .

**SUBIECTUL al III-lea**

**(30 de puncte)**

1. Se consideră funcția  $f: \mathbb{R} \setminus \{-1\} \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f(x) = \frac{x^2 - x - 1}{x + 1}$ .
- 5p** a) Calculați  $f'(x)$ ,  $x \in \mathbb{R} \setminus \{-1\}$ .
- 5p** b) Calculați  $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{f(x) \cdot \ln x}{x^2 - x - 1}$ .
- 5p** c) Determinați ecuația asimptotei oblice spre  $+\infty$  la graficul funcției  $f$ .
2. Se consideră funcția  $f: (0, +\infty) \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f(x) = e^x \cdot \sqrt{x+1}$ .
- 5p** a) Determinați primitivele funcției  $g: (0, +\infty) \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $g(x) = \frac{f(x)}{\sqrt{x+1}}$ .
- 5p** b) Calculați  $\int_1^2 \sqrt{x+1} \cdot f(x) dx$ .
- 5p** c) Calculați aria suprafeței determinate de graficul funcției  $h: (0, +\infty) \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $h(x) = e^{-x} \cdot f(x)$ , axa  $Ox$  și dreptele de ecuații  $x = 2$  și  $x = 3$ .