Examenul de bacalaureat național 2014
Proba E. c)
Matematică *M_şt-nat*
Simulare pentru elevii clasei a XII-a

Filiera teoretică, profilul real, specializarea ştiinţe ale naturii
- **Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.**
- **Timpul de lucru efectiv este de 3 ore.**

SUBIECTUL I (30 de puncte)

5p **1.** Determinați conjugatul numărului complex $z=1+i+i^2+i^3+i^4+i^5+i^6$.

5p **2.** Determinați valoarea maximă a funcției $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=-x^2+4x-5$.

5p **3.** Rezolvaţi în mulţimea numerelor reale ecuaţia $3-\sqrt{x^2+3}=x$.

5p **4.** Calculați probabilitatea ca alegând un număr din mulțimea numerelor naturale de două cifre, acesta să aibă cifrele distincte.

5p **5.** În reperul cartezian xOy se consideră punctele $A(2,3)$, $B(4,0)$ și $C(2,0)$. Determinaţi aria triunghiului ABC.

5p **6.** Arătaţi că $(\sin x+\cos x)^2+(\sin x-\cos x)^2=2$ pentru orice număr real x.

SUBIECTUL al II-lea (30 de puncte)

1. Se consideră determinantul $D(a,b)=\begin{vmatrix}1 & 1 & 1\\ 1 & a & b\\ 1 & a^2 & b^2\end{vmatrix}$, unde a și b sunt numere reale.

5p **a)** Calculaţi $D(1,0)$.

5p **b)** Arătaţi că $D(a,b)=(a-1)(b-1)(b-a)$ pentru orice numere reale a și b.

5p **c)** Demonstraţi că numărul $D(m,n)$ este par pentru orice numere întregi m și n.

2. Se consideră inelul $(\mathbb{Z}_6,+,\cdot)$, unde $\mathbb{Z}_6=\{\hat{0},\hat{1},\hat{2},\hat{3},\hat{4},\hat{5}\}$.

5p **a)** Rezolvaţi în $\mathbb{Z}_6$ ecuaţia $\hat{3}x+\hat{2}=\hat{5}$.

5p **b)** Determinați mulţimea valorilor funcţiei $f:\mathbb{Z}_6\to\mathbb{Z}_6$, $f(x)=x^3-x$.

5p **c)** Determinaţi numărul elementelor mulţimii $H=\{x^{10}\mid x\in\mathbb{Z}_6\}$.

SUBIECTUL al III-lea (30 de puncte)

1. Se consideră funcţia $f:(0,+\infty)\to\mathbb{R}$, $f(x)=\dfrac{1}{x}+\ln x$.

5p **a)** Calculaţi $\lim\limits_{x\to 2}\dfrac{f(x)-f(2)}{x-2}$.

5p **b)** Determinaţi ecuația tangentei la graficul funcției f în punctul de abscisă $x=1$, situat pe graficul funcției f.

5p **c)** Demonstraţi că $f(x)\geq 1$ pentru orice $x\in(0,+\infty)$.

2. Se consideră funcţia $f:(-1,+\infty)\to\mathbb{R}$, $f(x)=\dfrac{x^2}{x+1}$.

5p **a)** Calculaţi $\int_0^1 (x+1)f(x)\,dx$.

5p **b)** Calculaţi $\int_1^e (x+1)f(x)\ln x\,dx$.

5p **c)** Arătaţi că $F(e-1)=\dfrac{e^2-4e+7}{2}$, unde $F:(-1,+\infty)\to\mathbb{R}$ este primitiva funcției f pentru care $F(0)=1$.