Examenul de bacalaureat naţional 2016
Proba E. c)
Matematică *M_mate-info*
Clasa a XI-a
BAREM DE EVALUARE ŞI DE NOTARE

Simulare

Filiera teoretică, profilul real, specializarea matematică-informatică
Filiera vocaţională, profilul militar, specializarea matematică-informatică

- **Pentru orice soluţie corectă, chiar dacă este diferită de cea din barem, se acordă punctajul corespunzător.**
- **Nu se acordă fracţiuni de punct, dar se pot acorda punctaje intermediare pentru rezolvări parţiale, în limitele punctajului indicat în barem.**
- **Se acordă 10 puncte din oficiu. Nota finală se calculează prin împărţirea la 10 a punctajului total obținut pentru lucrare.**

SUBIECTUL I **(30 de puncte)**

1.	$\log_{2016}63+\log_{2016}32+\sqrt{0,0625}=\log_{2016}2016+0,25=$	**3p**
	$=1+\frac{1}{4}=\frac{5}{4}$	**2p**
2.	$x_1+x_2=3m-4$, $x_1x_2=m-3$	**2p**
	$3m-4=2m-6 \Leftrightarrow m=-2$	**3p**
3.	$2^x\left(2+2^x-4^x\right)=0 \Leftrightarrow 2^x\left(2-2^x\right)\left(1+2^x\right)=0$	**3p**
	Deoarece $2^x>0$, soluția ecuației este $x=1$	**2p**
4.	Mulțimea $\{0,1,2,\ldots,9\}$ are 10 elemente, deci numărul cazurilor posibile este egal cu 10	**1p**
	1 este singurul element al mulțimii $\{0,1,2,\ldots,9\}$ care verifică relaţia $f(n)=0$, deci numărul cazurilor favorabile este egal cu 1	**2p**
	$p=\frac{\text{nr. cazuri favorabile}}{\text{nr. cazuri posibile}}=\frac{1}{10}$	**2p**
5.	$\overrightarrow{AC}-\overrightarrow{AB}=\overrightarrow{BC}$	**2p**
	$BC=18$	**3p**
6.	$1+2\sin a\cos a=1+2\sin b\cos b \Rightarrow \sin 2a=\sin 2b$	**2p**
	Cum $a,b\in\left(0,\frac{\pi}{2}\right)$, $a\neq b$, obținem $2a=\pi-2b$, adică $a+b=\frac{\pi}{2}$, deci $\sin(a+b)=1$	**3p**

SUBIECTUL al II-lea **(30 de puncte)**

1.a)	$\Delta(-1,0)=\begin{vmatrix}-1&3&0\\1&2&0\\1&1&1\end{vmatrix}=-2+0+0-0-3-0=$	**3p**
	$=-5$	**2p**
b)	$\Delta(x,y)=\begin{vmatrix}x-y&3-y&y\\x^2-y^2&2-y^2&y^2\\0&0&1\end{vmatrix}=(x-y)\begin{vmatrix}1&3-y\\x+y&2-y^2\end{vmatrix}=$	**2p**
	$=(x-y)\left(2-y^2-3x+xy-3y+y^2\right)=(x-y)(xy-3x-3y+2)$, pentru orice numere reale x și y	**3p**
c)	$xy-3x-3y+2=-8 \Leftrightarrow (x-3)(y-3)=-1$	**3p**
	Cum x și y sunt numere întregi distincte, obținem $x=4,\ y=2$ sau $x=2,\ y=4$	**2p**

2.a)	$A(1)-A(0)=\begin{pmatrix}1&2&3\\0&1&2\\0&0&1\end{pmatrix}-\begin{pmatrix}1&1&1\\0&1&1\\0&0&1\end{pmatrix}=$	**2p**
	$=\begin{pmatrix}0&1&2\\0&0&1\\0&0&0\end{pmatrix}$	**3p**
b)	$\det\left(A(1)\right)=\begin{vmatrix}1&2&3\\0&1&2\\0&0&1\end{vmatrix}=1\neq 0$	**2p**
	Inversa matricei $A(1)$ este matricea $\begin{pmatrix}1&-2&1\\0&1&-2\\0&0&1\end{pmatrix}$	**3p**
c)	$\begin{pmatrix}1&2^{n+1}&2\cdot 3^n+2^{2n}\\0&1&2^{n+1}\\0&0&1\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}1&2^p&3^p\\0&1&2^p\\0&0&1\end{pmatrix}$	**2p**
	$2^{n+1}=2^p \Leftrightarrow n+1=p$	**1p**
	$2\cdot 3^n+2^{2n}=3^{n+1}\Leftrightarrow 2^{2n}=3^n$, deci $n=0$ și $p=1$	**2p**

SUBIECTUL al III-lea **(30 de puncte)**

1.a)	$\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)=\lim\limits_{x\to+\infty}\ln\frac{2x+1}{x}=\lim\limits_{x\to+\infty}\ln\left(2+\frac{1}{x}\right)=\ln 2$	**3p**
	Dreapta de ecuație $y=\ln 2$ este asimptotă orizontală spre $+\infty$ la graficul funcției f	**2p**
b)	$x_{n+1}-x_n=\ln\frac{2n+3}{n+1}-\ln\frac{2n+1}{n}=\ln\frac{2n^2+3n}{2n^2+3n+1}<\ln 1$, pentru orice număr natural n, $n\geq 1$	**3p**
	$x_{n+1}-x_n<0$, pentru orice număr natural n, $n\geq 1$, deci șirul $\left(x_n\right)_{n\geq 1}$ este descrescător	**2p**
c)	$x_n\leq x_1=\ln 3$, pentru orice număr natural n, $n\geq 1$	**2p**
	$x_n=\ln\frac{2n+1}{n}=\ln\left(2+\frac{1}{n}\right)>\ln 2$, pentru orice număr natural n, $n\geq 1$	**3p**
2.a)	$\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)=\lim\limits_{x\to-\infty}\frac{x^2-8x+7}{x^2-4x+3}=$	**2p**
	$=\lim\limits_{x\to-\infty}\frac{1-\frac{8}{x}+\frac{7}{x^2}}{1-\frac{4}{x}+\frac{3}{x^2}}=1$	**3p**
b)	f este continuă în $x=1\Leftrightarrow \lim\limits_{\substack{x\to 1\\x<1}} f(x)=\lim\limits_{\substack{x\to 1\\x>1}} f(x)=f(1)$	**1p**
	$\lim\limits_{\substack{x\to 1\\x<1}} f(x)=\lim\limits_{\substack{x\to 1\\x<1}}\frac{x-7}{x-3}=3$, $\lim\limits_{\substack{x\to 1\\x>1}} f(x)=\lim\limits_{\substack{x\to 1\\x>1}}\left(\sqrt{x^2+4x-4}+a\right)=1+a$, $f(1)=1+a$	**3p**
	$3=1+a\Leftrightarrow a=2$	**1p**
c)	$\lim\limits_{\substack{x\to 1\\x>1}}\frac{\ln\sqrt{x^2+4x-4}}{x-1}=\lim\limits_{\substack{x\to 1\\x>1}}\ln\left(x^2+4x-4\right)^{\frac{1}{2(x-1)}}=\lim\limits_{\substack{x\to 1\\x>1}}\ln\left(\left(1+x^2+4x-5\right)^{\frac{1}{x^2+4x-5}}\right)^{\frac{(x-1)(x+5)}{2(x-1)}}=$	**3p**
	$=\ln e^3=3$	**2p**