Examenul de bacalaureat naţional 2019
Proba E. c)
Matematică *M_şt-nat*

Clasa a XI-a
BAREM DE EVALUARE ŞI DE NOTARE

Simulare

Filiera teoretică, profilul real, specializarea ştiinţe ale naturii

- **Se acordă 10 puncte din oficiu. Nota finală se calculează prin împărţirea la 10 a punctajului total acordat pentru lucrare.**

SUBIECTUL I

- **Pentru fiecare răspuns se acordă fie 5 puncte, fie 0 puncte.**
- **Nu se acordă punctaje intermediare.**

SUBIECTUL al II-lea şi SUBIECTUL al III-lea

- **Pentru orice soluţie corectă, chiar dacă este diferită de cea din barem, se acordă punctajul corespunzător.**
- **Nu se acordă fracţiuni de punct, dar se pot acorda punctaje intermediare pentru rezolvări parţiale, în limitele punctajului indicat în barem.**

SUBIECTUL I **(30 de puncte)**

1.	**C**	**5p**
2.	**C**	**5p**
3.	**B**	**5p**
4.	**A**	**5p**
5.	**D**	**5p**
6.	**A**	**5p**

SUBIECTUL al II-lea **(30 de puncte)**

1.a)	$D(1)=\begin{vmatrix}0&2&3\\1&1&3\\1&2&2\end{vmatrix}=$	**2p**
	$=0+6+6-3-0-4=5$	**3p**
b)	$D(p)=p^2(6-p)$, pentru orice număr întreg p	**3p**
	Numerele p și $6-p$ sunt întregi, deci numărul întreg $D(p)$ este divizibil cu $6-p$	**2p**
c)	$D(n)=n^2(6-n)$, deci pentru $n=0$ și pentru orice $n\geq 6$, obținem $D(n)\leq 0$ și, cum n este număr natural, valoarea maximă pe care o poate lua $D(n)$ se obține pentru una dintre valorile $n=1$, $n=2$, $n=3$, $n=4$ sau $n=5$	**3p**
	Valoarea maximă este $D(4)=32$	**2p**
2.a)	$B(1)+B(3)=\begin{pmatrix}0&2\\0&1\end{pmatrix}+\begin{pmatrix}0&4\\2&1\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}0&6\\2&2\end{pmatrix}=$	**3p**
	$=2\begin{pmatrix}0&3\\1&1\end{pmatrix}=2B(2)$	**2p**
b)	$A\cdot B(x)=\begin{pmatrix}x-1&-x\\0&-x-1\end{pmatrix}$, pentru orice număr real x	**2p**
	$B(x)\cdot A=\begin{pmatrix}-x-1&0\\-x&x-1\end{pmatrix}$, pentru orice număr real x	**2p**
	$\begin{pmatrix}x-1&-x\\0&-x-1\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}-x-1&0\\-x&x-1\end{pmatrix}$, de unde obținem $x=0$	**1p**

c)	$B(x)\cdot B(x)=\begin{pmatrix} x^2-1 & x+1 \\ x-1 & x^2 \end{pmatrix}$, pentru orice număr real x	**2p**
	$\begin{pmatrix} x^2-1 & x+1 \\ x-1 & x^2 \end{pmatrix}=\begin{pmatrix} 0 & x+1 \\ x-1 & 1 \end{pmatrix}$, de unde obținem $x=-1$ sau $x=1$	**3p**

SUBIECTUL al III-lea **(30 de puncte)**

1.a)	$\lim\limits_{x\to+\infty}\frac{f(x)}{x}=\lim\limits_{x\to+\infty}\frac{(x-4)^2}{x^2}=\lim\limits_{x\to+\infty}\frac{x^2\left(1-\frac{4}{x}\right)^2}{x^2}=$	**3p**
	$=\lim\limits_{x\to+\infty}\left(1-\frac{4}{x}\right)^2=1$	**2p**
b)	$\lim\limits_{x\to4}\frac{x^3-8x^2+16x}{f(x)}=\lim\limits_{x\to4}\frac{x(x-4)^2\cdot x}{(x-4)^2}=\lim\limits_{x\to4}x^2=$	**3p**
	$=16$	**2p**
c)	**c)** $\frac{1}{a}\left(f(x+a)-f(x)\right)=\frac{1}{a}\left(a+\frac{16}{x+a}-\frac{16}{x}\right)=1-\frac{16}{x(x+a)}$, $x\in(0,+\infty)$, unde a este număr real, $a>0$	**3p**
	$\lim\limits_{x\to+\infty}\frac{1}{a}\left(f(x+a)-f(x)\right)=\lim\limits_{x\to+\infty}\left(1-\frac{16}{x(x+a)}\right)=1$, deci nu depinde de a	**2p**
2.a)	Pentru orice număr real m, funcția f este continuă pe $(-\infty,1)$ și pe $(1,+\infty)$	**2p**
	$\lim\limits_{\substack{x\to1\\x<1}}f(x)=\lim\limits_{\substack{x\to1\\x<1}}\frac{x^2}{x-2}=-1$, $\lim\limits_{\substack{x\to1\\x>1}}f(x)=\lim\limits_{\substack{x\to1\\x>1}}(\ln x+m)=m$ și $f(1)=m$, deci funcția f este continuă pe $\mathbb{R}\Leftrightarrow m=-1$	**3p**
b)	$\lim\limits_{x\to-\infty}\frac{f(x)}{x}=\lim\limits_{x\to-\infty}\frac{x^2}{x(x-2)}=1$	**2p**
	$\lim\limits_{x\to-\infty}\left(f(x)-x\right)=\lim\limits_{x\to-\infty}\frac{2x}{x-2}=2$, deci dreapta de ecuație $y=x+2$ este asimptotă oblică spre $-\infty$ la graficul funcției f	**3p**
c)	Cum $\lim\limits_{x\to-\infty}f(x)=-\infty$, $f(0)=0$ și f este continuă pe $(-\infty,1)$, mulţimea valorilor funcției f conține intervalul $(-\infty,0]$	**2p**
	Cum $\lim\limits_{\substack{x\to1\\x>1}}f(x)=m$, $\lim\limits_{x\to+\infty}f(x)=+\infty$ și, cum f este continuă pe $(1,+\infty)$, mulţimea valorilor funcţiei conţine intervalul $(m,+\infty)$ și, cum $m\le0$, funcția f este surjectivă	**3p**