Examenul de bacalaureat național 2020
Proba E. c)
Matematică *M_mate-info*
BAREM DE EVALUARE ŞI DE NOTARE

Test 10

Filiera teoretică, profilul real, specializarea matematică-informatică
Filiera vocațională, profilul militar, specializarea matematică-informatică

- **Pentru orice soluție corectă, chiar dacă este diferită de cea din barem, se acordă punctajul corespunzător.**
- **Nu se acordă fracțiuni de punct, dar se pot acorda punctaje intermediare pentru rezolvări parțiale, în limitele punctajului indicat în barem.**
- **Se acordă 10 puncte din oficiu. Nota finală se calculează prin împărțirea la 10 a punctajului total acordat pentru lucrare.**

SUBIECTUL I **(30 de puncte)**

1.	$z=(3+2i)(3-2i)-(4-i)=3^2-(2i)^2-4+i=9+i$	**2p**
	Partea reală a numărului complex z este egală cu 9	**3p**
2.	$g(2)=1$	**2p**
	$(f\circ g)(2)=f(g(2))=3\cdot 1+2=5$	**3p**
3.	$2^{\frac{6x}{3}}=2^4\Leftrightarrow 2x=4$	**3p**
	$x=2$	**2p**
4.	Mulțimea numerelor naturale de trei cifre are 900 de elemente, deci sunt 900 de cazuri posibile	**2p**
	Mulțimea numerelor naturale de trei cifre care au produsul cifrelor un număr impar are $5\cdot 5\cdot 5=125$ de elemente, deci sunt 125 de cazuri favorabile	**2p**
	$p=\dfrac{\text{nr. cazuri favorabile}}{\text{nr. cazuri posibile}}=\dfrac{125}{900}=\dfrac{5}{36}$	**1p**
5.	$ABCD$ este paralelogram, deci $\vec{v}=\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AD}=\overrightarrow{AC}$	**2p**
	$AC^2=AD^2+DC^2-2\cdot AD\cdot DC\cdot\cos(\sphericalangle ADC)\Rightarrow AC=2\sqrt{19}$	**3p**
6.	$BC^2=AB^2+AC^2\Rightarrow\Delta ABC$ este dreptunghic în A	**2p**
	$AD=\dfrac{AB\cdot AC}{BC}=48$	**3p**

SUBIECTUL al II-lea **(30 de puncte)**

1.a)	$A(1)=\begin{pmatrix}3&1&-2\\0&-1&1\\2&-2&1\end{pmatrix}\Rightarrow\det(A(1))=\begin{vmatrix}3&1&-2\\0&-1&1\\2&-2&1\end{vmatrix}=$	**2p**
	$=-3+0+2-4-(-6)-0=1$	**3p**
b)	$\det(A(a))=3a-2$, pentru orice număr real a	**2p**
	Matricea $A(a)$ **nu** este inversabilă $\Leftrightarrow\det(A(a))=0$, deci $a=\dfrac{2}{3}$	**3p**
c)	Dacă $a=\dfrac{2}{3}$, sistemul de ecuații este incompatibil	**1p**
	Dacă $a\neq\dfrac{2}{3}$, atunci $\det(A(a))\neq 0$, deci sistemul de ecuații este compatibil determinat și, cum există y_0 și z_0 astfel încât $(2,y_0,z_0)$ este soluție a sistemului de ecuații, obținem $\dfrac{2(2a+1)}{3a-2}=2$	**3p**
	$a=3$, care convine	**1p**

2.a)	$2*64=\sqrt[3]{2^{\log_2 64}}=$	**3p**
	$=\sqrt[3]{2^6}=2^2=4$	**2p**
b)	$x*y=\sqrt[3]{x^{\log_2 y}}=x^{\frac{1}{3}\log_2 y}=\left(2^{\log_2 x}\right)^{\frac{1}{3}\log_2 y}=2^{\frac{1}{3}\log_2 x\log_2 y}=$	**2p**
	$=2^{\frac{1}{3}\log_2 y\log_2 x}=\left(2^{\log_2 y}\right)^{\frac{1}{3}\log_2 x}=y^{\frac{1}{3}\log_2 x}=y*x$, pentru orice $x,y\in G$, deci legea de compoziție „$*$” este comutativă	**3p**
c)	$x*8=8*x=x$, pentru orice $x\in G\Rightarrow e=8$ este elementul neutru al legii de compoziție „$*$”	**1p**
	$x*x=8\Leftrightarrow x^{\log_2 x}=8^3\Leftrightarrow \log_2 x^{\log_2 x}=\log_2\left(8^3\right)\Leftrightarrow\left(\log_2 x\right)^2=9$	**2p**
	$\log_2 x=-3$ sau $\log_2 x=3$, deci $x=\frac{1}{8}$ sau $x=8$, care convin	**2p**

SUBIECTUL al III-lea **(30 de puncte)**

1.a)	$f'(x)=(x-4)(x-3)(x-2)+(x-5)\left((x-4)(x-3)(x-2)\right)'$, $x\in\mathbb{R}$	**3p**
	$f'(5)=(5-4)(5-3)(5-2)+0=6$	**2p**
b)	$\frac{f(n+1)-1}{f(n)-1}=\frac{(n-4)(n-3)(n-2)(n-1)}{(n-5)(n-4)(n-3)(n-2)}=\frac{n-1}{n-5}$, unde $n\in\mathbb{N}$, $n\geq 6$	**2p**
	$\lim\limits_{n\to+\infty}\left(\frac{f(n+1)-1}{f(n)-1}\right)^n=\lim\limits_{n\to+\infty}\left(1+\frac{4}{n-5}\right)^n=\lim\limits_{n\to+\infty}\left(\left(1+\frac{4}{n-5}\right)^{\frac{n-5}{4}}\right)^{\frac{4n}{n-5}}=e^4$	**3p**
c)	$f(2)=f(3)=f(4)=f(5)=1$	**2p**
	f este derivabilă, deci, conform teoremei lui Rolle pe $[2,3]$, $[3,4]$ și $[4,5]$, ecuația $f'(x)=0$ are o soluție reală în fiecare dintre intervalele $(2,3)$, $(3,4)$ și $(4,5)$	**3p**
2.a)	$g(x)=\left(1+e^x\right)f(x)=1-e^x\Rightarrow\int g(x)dx=x-e^x+\mathcal{C}\Rightarrow G(x)=x-e^x+c$, unde $c\in\mathbb{R}$	**3p**
	$G(0)=0$, deci $c=1$, de unde obținem $G:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $G(x)=x-e^x+1$	**2p**
b)	$\int\limits_0^1 f(x)dx=\int\limits_0^1\frac{1-e^x}{1+e^x}dx=\int\limits_0^1\left(1-\frac{2e^x}{1+e^x}\right)dx=\left.\left(x-2\ln\left(1+e^x\right)\right)\right\|_0^1=$	**3p**
	$=1-2\ln(1+e)+2\ln 2=1+2\ln\frac{2}{e+1}$	**2p**
c)	$\int\limits_{-1}^1 f(x)\cos x dx=\int\limits_1^{-1}f(-x)\cos(-x)\cdot(-1)dx=\int\limits_{-1}^1 f(-x)\cos x dx=\int\limits_{-1}^1\frac{1-e^{-x}}{1+e^{-x}}\cos x dx=$ $=\int\limits_{-1}^1\frac{e^x-1}{e^x+1}\cos x dx=-\int\limits_{-1}^1\frac{1-e^x}{e^x+1}\cos x dx=-\int\limits_{-1}^1 f(x)\cos x dx$	**3p**
	$2\int\limits_{-1}^1 f(x)\cos x dx=0$, deci $\int\limits_{-1}^1 f(x)\cos x dx=0$	**2p**