

Examenul de bacalaureat național 2020

Proba E. c)

Matematică *M_tehnologic*

BAREM DE EVALUARE ȘI DE NOTARE

Test 15

Filiera tehnologică: profilul servicii, toate calificările profesionale; profilul resurse, toate calificările profesionale; profilul tehnic, toate calificările profesionale

- Pentru orice soluție corectă, chiar dacă este diferită de cea din barem, se acordă punctajul corespunzător.
- Nu se acordă fracțiuni de punct, dar se pot acorda punctaje intermediare pentru rezolvări parțiale, în limitele punctajului indicat în barem.
- Se acordă 10 puncte din oficiu. Nota finală se calculează prin împărțirea la 10 a punctajului total acordat pentru lucrare.

SUBIECTUL I

(30 de puncte)

1.	$\left(1 - \frac{2}{3} + \frac{3}{4} - \frac{4}{5}\right) : \frac{17}{60} = \left(\frac{60}{60} - \frac{40}{60} + \frac{45}{60} - \frac{48}{60}\right) : \frac{17}{60} =$ $= \frac{17}{60} : \frac{17}{60} = 1$	3p 2p
2.	$f(1) = 0$ $f(0) \cdot f(1) \cdot f(2) \cdot f(3) \cdot f(4) \cdot f(5) = 0$	3p 2p
3.	$4x - 3 = 25 \Rightarrow 4x = 28$ $x = 7$, care convine	3p 2p
4.	Mulțimea A are 10 elemente, deci sunt 10 cazuri posibile Numerele x din mulțimea A care verifică inegalitatea $x^2 - 2x \leq 0 \Leftrightarrow x(x - 2) \leq 0$ sunt 1 și 2, deci sunt 2 cazuri favorabile $p = \frac{\text{nr. cazuri favorabile}}{\text{nr. cazuri posibile}} = \frac{2}{10} = \frac{1}{5}$	2p 2p 1p
5.	$AO = 6$ $BO = 6 \Rightarrow \triangle AOB$ este isoscel	2p 3p
6.	$\mathcal{A}_{\triangle ABC} = \frac{AB \cdot AC}{2} = \frac{6 \cdot 8}{2} =$ $= 24$	3p 2p

SUBIECTUL al II-lea

(30 de puncte)

1.a)	$B(1) = \begin{pmatrix} -1 & 1 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} \Rightarrow \det(B(1)) = \begin{vmatrix} -1 & 1 \\ 0 & -1 \end{vmatrix} = (-1) \cdot (-1) - 0 \cdot 1 =$ $= 1 - 0 = 1$	3p 2p
b)	$A \cdot A - 2A = \begin{pmatrix} 3 & 4 \\ 2 & 3 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 2 & 4 \\ 2 & 2 \end{pmatrix} =$ $= \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} = I_2$	3p 2p
c)	$A \cdot B(x) = \begin{pmatrix} 2x-3 & x-2 \\ x-2 & x-1 \end{pmatrix}$, pentru orice număr real x $\begin{pmatrix} 2x-3 & x-2 \\ x-2 & x-1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$, de unde obținem $x = 2$, care convine	3p 2p
2.a)	$(-1) * 2020 = (-1) \cdot 2020 + (-1) + 2020 - 2 =$ $= -2020 - 1 + 2020 - 2 = -3$	3p 2p

b)	$x \cdot (2x) + x + 2x - 2 = 3 \Leftrightarrow 2x^2 + 3x - 5 = 0$	3p
	$x = -\frac{5}{2}$ sau $x = 1$	2p
c)	$m * n = mn + m + n - 2 = m(n+1) + (n+1) - 3 = (m+1)(n+1) - 3$, pentru orice numere naturale m și n	2p
	$(m+1)(n+1) - 3 = -1 \Leftrightarrow (m+1)(n+1) = 2$ și, cum m și n sunt numerele naturale, obținem $(0,1)$ și $(1,0)$	3p

SUBIECTUL al III-lea

(30 de puncte)

1.a)	$f'(x) = 4x - 5 + \frac{1}{x} =$	2p
	$= \frac{4x^2 - 5x + 1}{x} = \frac{(x-1)(4x-1)}{x}$, $x \in (0, +\infty)$	3p
b)	$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\ln x}{f(x)} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\ln x}{2x^2 - 5x + \ln x} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{(\ln x)'}{(2x^2 - 5x + \ln x)'} =$	3p
	$= \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\frac{1}{x}}{4x^2 - 5x + 1} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{1}{4x^2 - 5x + 1} = 0$	2p
c)	$f(1) = -3$, $f'(1) = 0$	2p
	Ecuția tangentei este $y - f(1) = f'(1)(x - 1)$, adică $y = -3$	3p
2.a)	$\int_{-1}^1 (f(x) - x^2 - x - 1) dx = \int_{-1}^1 (x^3 + x^2 + x + 1 - x^2 - x - 1) dx = \int_{-1}^1 x^3 dx = \frac{x^4}{4} \Big _{-1}^1 =$	3p
	$= \frac{1}{4} - \frac{1}{4} = 0$	2p
b)	$F'(x) = \left(\frac{x^4}{4} + \frac{x^3}{3} + \frac{x^2}{2} + x \right)' = \frac{4x^3}{4} + \frac{3x^2}{3} + \frac{2x}{2} + 1 =$	3p
	$= x^3 + x^2 + x + 1 = f(x)$, $x \in \mathbb{R}$, deci funcția F este o primitivă a funcției f	2p
c)	$\int_1^2 \frac{f(x)}{x^2 + 1} \cdot e^x dx = \int_1^2 \frac{(x^2 + 1)(x + 1)}{x^2 + 1} \cdot e^x dx = \int_1^2 (x + 1)e^x dx = xe^x \Big _1^2 = 2e^2 - e$	3p
	$2e^2 - e = (ae)^2 - e$, de unde obținem $a^2 = 2$, deci $a = -\sqrt{2}$ sau $a = \sqrt{2}$	2p