

Examenul național de bacalaureat 2021

Proba E. c)
Matematică *M_șt-nat*

Testul 2

Filiera teoretică, profilul real, specializarea științe ale naturii

- Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă zece puncte din oficiu.
- Timpul de lucru efectiv este de trei ore.

SUBIECTUL I

(30 de puncte)

- 5p 1. Determinați modulul celui de-al cincilea termen al progresiei geometrice $(b_n)_{n \geq 1}$, știind că $b_1 = -1$ și $b_2 = 3$.
- 5p 2. Se consideră funcția $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = -2x^2 + 7x + 9$. Determinați mulțimea valorilor reale ale lui x pentru care $f(x) > 0$.
- 5p 3. Rezolvați în mulțimea numerelor reale ecuația $\log_3(x-1) = \log_3(6-x) - 2$.
- 5p 4. Determinați numărul natural n , $n \geq 2$, pentru care $C_n^{n-2} - A_n^1 = 5$.
- 5p 5. În reperul cartezian xOy se consideră punctul $A(3, -1)$, numărul real m și dreapta d de ecuație $y = (m-1)x - 2m$. Determinați numărul real m pentru care distanța de la punctul A la dreapta d este egală cu 0.
- 5p 6. Determinați $\cos(\pi - 2x)$, știind că x este număr real și $\cos x = \frac{2}{3}$.

SUBIECTUL al II-lea

(30 de puncte)

1. Se consideră matricea $A(a) = \begin{pmatrix} 3 & 1 & -1 \\ 1 & -a & 1 \\ 2 & a & -1 \end{pmatrix}$ și sistemul de ecuații $\begin{cases} 3x + y - z = 1 \\ x - ay + z = 3 \\ 2x + ay - z = 2 \end{cases}$, unde a este număr real.
- 5p a) Arătați că $\det(A(2)) = -3$.
- 5p b) Determinați numerele reale a pentru care matricea $B(a) = A(a) \cdot A(a)$ are două elemente egale cu 0.
- 5p c) Pentru $a = 1$, arătați că sistemul de ecuații nu are soluții.
2. Pe mulțimea numerelor reale se definește legea de compoziție $x * y = \frac{1}{2}x + \frac{1}{2}y - xy$.
- 5p a) Arătați că $(-3) * 3 = 9$.
- 5p b) Demonstrați că $x * y = \frac{1}{4} - \left(x - \frac{1}{2}\right) \left(y - \frac{1}{2}\right)$, pentru orice numere reale x și y .
- 5p c) Determinați numerele reale x pentru care $2^x * 4^{x-1} = \frac{1}{4}$.

SUBIECTUL al III-lea

(30 de puncte)

1. Se consideră funcția $f: (0, +\infty) \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = -1 + \frac{3}{x} - \frac{4\sqrt{x}}{x^2}$.
- 5p a) Arătați că $f'(x) = \frac{3\sqrt{x}(2-\sqrt{x})}{x^3}$, $x \in (0, +\infty)$.
- 5p b) Determinați ecuația asimptotei orizontale spre $+\infty$ la graficul funcției f .
- 5p c) Calculați $\lim_{x \rightarrow 4} \frac{4^x \cdot f'(x)}{x-4}$.

2. Se consideră funcția $f : (0, +\infty) \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = \frac{2xe^x - 2x + 1}{x}$.

5p a) Arătați că funcția $F : (0, +\infty) \rightarrow \mathbb{R}$, $F(x) = \ln x + 2e^x - 2x + 2021$ este o primitivă a funcției f .

5p b) Arătați că $\int_1^e f(x) dx = 2e^e - 4e + 3$.

5p c) Calculați $\int_1^2 x f(x) dx$.