Examenul național de bacalaureat 2026
Proba E. c)
Matematică *M_mate-info*

Varianta 7

Filiera teoretică, profilul real, specializarea matematică-informatică
Filiera vocațională, profilul militar, specializarea matematică-informatică

- **Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă zece puncte din oficiu.**
- **Timpul de lucru efectiv este de trei ore.**

SUBIECTUL I **(30 de puncte)**

5p **1.** Arătați că $3i(2+i)+2(2-3i)=1$, unde $i^2=-1$.

5p **2.** Se consideră funcția $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=2x-5$. Determinați numărul real a pentru care $a+f(a-1)+f(a+1)=0$.

5p **3.** Rezolvați în mulțimea numerelor reale ecuația $\frac{1}{2}\log_2(6x-8)=\log_2 x$.

5p **4.** Se consideră mulțimea $A=\{3,6,9,\ldots,60\}$. Determinați probabilitatea ca, alegând un număr din mulțimea A, acesta să fie divizibil cu 5.

5p **5.** În reperul cartezian xOy se consideră punctele $A(2,2)$, $B(a,0)$ și $C(1,b)$, unde a și b sunt numere reale. Determinați numerele reale a și b pentru care $\overrightarrow{OB}+\overrightarrow{OC}=2\overrightarrow{OA}$.

5p **6.** Se consideră triunghiul ABC, dreptunghic în A, cu $AC=6$ și $B=\frac{\pi}{3}$. Arătați că aria triunghiului ABC este egală cu $6\sqrt{3}$.

SUBIECTUL al II-lea **(30 de puncte)**

1. Se consideră matricele $I_3=\begin{pmatrix}1&0&0\\0&1&0\\0&0&1\end{pmatrix}$ și $A(a)=\begin{pmatrix}2a-1&2&1\\0&-1&-a\\0&2&2a\end{pmatrix}$, unde a este număr real.

5p **a)** Arătați că $\det(A(3))=0$.

5p **b)** Arătați că $A(a)\cdot A(a)=(2a-1)A(a)$, pentru orice număr real a.

5p **c)** Se consideră matricea $B(n)=A(n)+nI_3$, unde n este număr natural. Determinați numărul natural n pentru care $A(n)\cdot B(n)=2n^2A(n)$.

2. Se consideră polinomul $f=X^4-X^3+aX^2+bX-6$, unde a și b sunt numere reale.

5p **a)** Pentru $a=4$ și $b=0$, arătați că $f(-1)=0$.

5p **b)** Pentru $a=b=1$, determinați câtul și restul împărțirii polinomului f la polinomul $g=X^2-X+1$.

5p **c)** Determinați perechile (a,b) de numere naturale pentru care două dintre rădăcinile polinomului f sunt numere opuse.

SUBIECTUL al III-lea **(30 de puncte)**

1. Se consideră funcția $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=2\sqrt{2x^2+1}-3\ln\left(2x^2+1\right)$.

5p **a)** Arătați că $f'(x)=\frac{4x\left(\sqrt{2x^2+1}-3\right)}{2x^2+1}$, $x\in\mathbb{R}$.

5p **b)** Determinați ecuația tangentei la graficul funcției f în punctul de abscisă $x=0$, situat pe graficul funcției f.

5p **c)** Demonstrați că ecuația $f(x)=m$ are exact două soluții, pentru orice $m\in(2,+\infty)$.

2. Se consideră funcția $f:(-2,+\infty)\to\mathbb{R}$, $f(x)=4x^3+\dfrac{1}{x+2}$.

5p **a)** Arătați că $\displaystyle\int_1^2\left(f(x)-\frac{1}{x+2}\right)dx=15$.

5p **b)** Arătați că $\displaystyle\int_1^e\frac{4\ln x}{f(x)-4x^3}dx=e^2+9$.

5p **c)** Arătați că aria suprafeței plane delimitate de graficul funcției $g:(-2,+\infty)\to\mathbb{R}$, $g(x)=f\left(e^x\right)-4e^{3x}$, axa Ox și dreptele de ecuații $x=0$ și $x=1$ este egală cu $\dfrac{1}{2}\ln\dfrac{3e}{e+2}$.