1)
Termenii sumei sunt termeni consecutivi ai unei progresii aritmetice $(a_n)_{n\geq 1}$,
cu $a_1 = 1$ și $a_2 = 9$,
deci rația $r = a_2 - a_1 = 9 - 1 = 8$.
x este termenul al n-lea, iar 742 este suma primilor n termeni.
Folosind formula sumei primilor n termeni:

$$S = \frac{2 \cdot a_1 + (n-1) \cdot r}{2} \cdot n$$

se determină n (al câtelea termen este x).
Înlocuind valorile cunoscute se obține:

$$\frac{2 \cdot 1 + (n-1) \cdot 8}{2} \cdot n = 742$$

și efectuând calculele se ajunge la ecuația de gradul al doilea:
$8n^2 - 6n - 1484 = 0$
toți coeficienții se divid cu 2 și ecuația devine:
$4n^2 - 3n - 742 = 0$
care se rezolvă:
$\Delta = (-3)^2 - 4 \cdot 4 \cdot (-742) = 11881$
$\sqrt{\Delta} = 109$

$$n_{1,2} = \frac{-(-3) \pm 109}{2 \cdot 4}$$

$n_1 = \frac{-106}{8} \notin \mathbb{N}$, $n_2 = \frac{112}{8} = 14 \in \mathbb{N}$.
Deci x este al 14-lea termen al progresiei aritmetice cu $a_1 = 1$ și $r = 8$.
Folosind formula termenului general, $a_n = a_1 + (n-1) \cdot r$, se obține:
$x = a_{14} = a_1 + (14-1) \cdot r$
$x = a_1 + 13 \cdot r$
$x = 1 + 13 \cdot 8$
$x = 105$.

2)
Termenii sumei sunt termeni consecutivi ai unei progresii aritmetice $(a_n)_{n\geq 1}$,
cu $a_1 = 1$ și $a_2 = 6$,
deci rația $r = a_2 - a_1 = 6 - 1 = 5$.
x este termenul al n-lea, iar 1404 este suma primilor n termeni.
Folosind formula sumei primilor n termeni:

$$S = \frac{2 \cdot a_1 + (n-1) \cdot r}{2} \cdot n$$

se determină n (al câtelea termen este x).
Înlocuind valorile cunoscute se obține:

$$\frac{2 \cdot 1 + (n-1) \cdot 5}{2} \cdot n = 1404$$

și efectuând calculele se ajunge la ecuația de gradul al doilea:
$5n^2 - 3n - 2808 = 0$
care se rezolvă:
$\Delta = (-3)^2 - 4 \cdot 5 \cdot (-2808) = 56169$
$\sqrt{\Delta} = 237$

$$n_{1,2} = \frac{-(-3) \pm 237}{2 \cdot 5}$$

$n_1 = \frac{-234}{10} \notin \mathbb{N}$, $n_2 = \frac{240}{10} = 24 \in \mathbb{N}$.
Deci x este al 24-lea termen al progresiei aritmetice cu $a_1 = 1$ și $r = 5$.
Folosind formula termenului general, $a_n = a_1 + (n-1) \cdot r$, se obține:
$x = a_{24} = a_1 + (24-1) \cdot r$
$x = a_1 + 23 \cdot r$
$x = 1 + 23 \cdot 5$
$x = 116.$

3)
Termenii sumei sunt termeni consecutivi ai unei progresii aritmetice $(a_n)_{n \geq 1}$,
cu $a_1 = 1$ și $a_2 = 8$,
deci rația $r = a_2 - a_1 = 8 - 1 = 7$.
x este termenul al n-lea, iar 1956 este suma primilor n termeni.
Folosind formula sumei primilor n termeni:

$$S = \frac{2 \cdot a_1 + (n-1) \cdot r}{2} \cdot n$$

se determină n (al câtelea termen este x).
Înlocuind valorile cunoscute se obține:

$$\frac{2 \cdot 1 + (n-1) \cdot 7}{2} \cdot n = 1956$$

și efectuând calculele se ajunge la ecuația de gradul al doilea:
$7n^2 - 5n - 3912 = 0$
care se rezolvă:
$\Delta = (-5)^2 - 4 \cdot 7 \cdot (-3912) = 109561$
$\sqrt{\Delta} = 331$

$$n_{1,2} = \frac{-(-5) \pm 331}{2 \cdot 7}$$

$n_1 = \frac{-326}{14} \notin \mathbb{N}$, $n_2 = \frac{336}{14} = 24 \in \mathbb{N}$.
Deci x este al 24-lea termen al progresiei aritmetice cu $a_1 = 1$ și $r = 7$.
Folosind formula termenului general, $a_n = a_1 + (n-1) \cdot r$, se obține:
$x = a_{24} = a_1 + (24-1) \cdot r$
$x = a_1 + 23 \cdot r$
$x = 1 + 23 \cdot 7$
$x = 162.$

4)
Folosind formula termenului general al unei progresii aritmetice, $a_n = a_1 + (n-1) \cdot r$, se obține:
$a_4 + a_{15} = 135$
$a_1 + (4-1) \cdot r + a_1 + (15-1) \cdot r = 135$
$a_1 + 3 \cdot r + a_1 + 14 \cdot r = 135$
$2 \cdot a_1 + 17 \cdot r = 135$.
Se calculează:
$a_8 + a_{11} = a_1 + (8-1) \cdot r + a_1 + (11-1) \cdot r$
$a_8 + a_{11} = a_1 + 7 \cdot r + a_1 + 10 \cdot r$
$a_8 + a_{11} = 2 \cdot a_1 + 17 \cdot r$
$a_8 + a_{11} = 135$

5)
Folosind formula termenului general al unei progresii aritmetice, $a_n = a_1 + (n-1) \cdot r$, se obține:
$a_6 + a_{23} = 153$
$a_1 + (6-1) \cdot r + a_1 + (23-1) \cdot r = 153$

$a_1 + 5 \cdot r + a_1 + 22 \cdot r = 153$
$2 \cdot a_1 + 27 \cdot r = 153$.
Se calculează:
$a_{10} + a_{19} = a_1 + (10 - 1) \cdot r + a_1 + (19 - 1) \cdot r$
$a_{10} + a_{19} = a_1 + 9 \cdot r + a_1 + 18 \cdot r$
$a_{10} + a_{19} = 2 \cdot a_1 + 27 \cdot r$
$a_{10} + a_{19} = 153$

6)
Folosind formula termenului general al unei progresii aritmetice, $a_n = a_1 + (n-1) \cdot r$, se obține:
$a_3 + a_{22} = 194$
$a_1 + (3 - 1) \cdot r + a_1 + (22 - 1) \cdot r = 194$
$a_1 + 2 \cdot r + a_1 + 21 \cdot r = 194$
$2 \cdot a_1 + 23 \cdot r = 194$.
Se calculează:
$a_{11} + a_{14} = a_1 + (11 - 1) \cdot r + a_1 + (14 - 1) \cdot r$
$a_{11} + a_{14} = a_1 + 10 \cdot r + a_1 + 13 \cdot r$
$a_{11} + a_{14} = 2 \cdot a_1 + 23 \cdot r$
$a_{11} + a_{14} = 194$

7)
Se observă că $a_3 = 30$ și $a_4 = 42$, deci:
$r = a_4 - a_3$
$r = 42 - 30$
$r = 12$
Acum:
$a_2 = a_3 - r$
$a_2 = 30 - 12$
$a_2 = 18$,
iar
$a_1 = a_2 - r$
$a_1 = 18 - 12$
$a_1 = 6$.
8)
Se observă că $a_3 = 34$ și $a_4 = 46$, deci:
$r = a_4 - a_3$
$r = 46 - 34$
$r = 12$
Acum:
$a_2 = a_3 - r$
$a_2 = 34 - 12$
$a_2 = 22$,
iar
$a_1 = a_2 - r$
$a_1 = 22 - 12$
$a_1 = 10$.
9)
Se observă că $a_3 = 33$ și $a_4 = 44$, deci:
$r = a_4 - a_3$
$r = 44 - 33$
$r = 11$
Acum:
$a_2 = a_3 - r$

$a_2 = 33 - 11$
$a_2 = 22,$
iar
$a_1 = a_2 - r$
$a_1 = 22 - 11$
$a_1 = 11.$
10)
Folosind formula termenului general al unei progresii aritmetice, $a_n = a_1 + (n-1) \cdot r$, se obține:
$a_7 + a_{10} = 132$
$a_1 + (7-1) \cdot r + a_1 + (10-1) \cdot r = 132$
$a_1 + 6 \cdot 8 + a_1 + 9 \cdot 8 = 132$
$a_1 + 48 + a_1 + 72 = 132$
$2 \cdot a_1 + 120 = 132$
$2 \cdot a_1 = 132 - 120$
$2 \cdot a_1 = 12$
$a_1 = 6$.
11)
Folosind formula termenului general al unei progresii aritmetice, $a_n = a_1 + (n-1) \cdot r$, se obține:
$a_{13} + a_{19} = 68$
$a_1 + (13-1) \cdot r + a_1 + (19-1) \cdot r = 68$
$a_1 + 12 \cdot 2 + a_1 + 18 \cdot 2 = 68$
$a_1 + 24 + a_1 + 36 = 68$
$2 \cdot a_1 + 60 = 68$
$2 \cdot a_1 = 68 - 60$
$2 \cdot a_1 = 8$
$a_1 = 4$.
12)
Folosind formula termenului general al unei progresii aritmetice, $a_n = a_1 + (n-1) \cdot r$, se obține:
$a_7 + a_{24} = 213$
$a_1 + (7-1) \cdot r + a_1 + (24-1) \cdot r = 213$
$a_1 + 6 \cdot 7 + a_1 + 23 \cdot 7 = 213$
$a_1 + 42 + a_1 + 161 = 213$
$2 \cdot a_1 + 203 = 213$
$2 \cdot a_1 = 213 - 203$
$2 \cdot a_1 = 10$
$a_1 = 5$.
13)
Folosind formula termenului general al unei progresii aritmetice, $a_n = a_1 + (n-1) \cdot r$, se obține:
$$\begin{cases} a_2 = 7 \\ a_{26} = 79 \end{cases}$$
$$\begin{cases} a_1 + (2-1) \cdot r = 7 \\ a_1 + (26-1) \cdot r = 79 \end{cases}$$
$$\begin{cases} a_1 + 1r = 7 \\ a_1 + 25r = 79 \end{cases}$$
Scăzând prima ecuație din a doua ecuație, se obține:
$24r = 72$
$r = 3$
Substituind $r = 3$ în prima ecuație, se obține:
$a_1 + 1 \cdot 3 = 7$
$a_1 + 3 = 7$
$a_1 = 7 - 3$

$a_1 = 4$.
14)
Folosind formula termenului general al unei progresii aritmetice, $a_n = a_1 + (n-1) \cdot r$, se obține:
$\begin{cases} a_2 = 8 \\ a_{25} = 77 \end{cases}$
$\begin{cases} a_1 + (2-1) \cdot r = 8 \\ a_1 + (25-1) \cdot r = 77 \end{cases}$
$\begin{cases} a_1 + 1r = 8 \\ a_1 + 24r = 77 \end{cases}$
Scăzând prima ecuație din a doua ecuație, se obține:
$23r = 69$
$r = 3$
Substituind $r = 3$ în prima ecuație, se obține:
$a_1 + 1 \cdot 3 = 8$
$a_1 + 3 = 8$
$a_1 = 8 - 3$
$a_1 = 5$.
15)
Folosind formula termenului general al unei progresii aritmetice, $a_n = a_1 + (n-1) \cdot r$, se obține:
$\begin{cases} a_8 = 63 \\ a_{23} = 183 \end{cases}$
$\begin{cases} a_1 + (8-1) \cdot r = 63 \\ a_1 + (23-1) \cdot r = 183 \end{cases}$
$\begin{cases} a_1 + 7r = 63 \\ a_1 + 22r = 183 \end{cases}$
Scăzând prima ecuație din a doua ecuație, se obține:
$15r = 120$
$r = 8$
Substituind $r = 8$ în prima ecuație, se obține:
$a_1 + 7 \cdot 8 = 63$
$a_1 + 56 = 63$
$a_1 = 63 - 56$
$a_1 = 7$.
16)
Folosind formula termenului general al unei progresii aritmetice, $a_n = a_1 + (n-1) \cdot r$, se obține:
$\begin{cases} a_4 + a_{14} = 36 \\ a_8 + a_{10} = 36 \end{cases}$
$\begin{cases} a_1 + (4-1) \cdot r + a_1 + (14-1) \cdot r = 36 \\ a_1 + (8-1) \cdot r + a_1 + (10-1) \cdot r = 36 \end{cases}$
$\begin{cases} a_1 + 3r + a_1 + 13r = 36 \\ a_1 + 7r + a_1 + 9r = 36 \end{cases}$
$\begin{cases} 2a_1 + 16r = 36 \\ 2a_1 + 16r = 36 \end{cases}$
Scăzând a doua ecuație din prima ecuație, se obține:
$0r = 0$
$r = 2$
Substituind $r = 2$ în prima ecuație, se obține:

$2a_1 + 16 \cdot 2 = 36$
$2a_1 + 32 = 36$
$2a_1 = 36 - 32$
$2a_1 = 4$
$a_1 = 2$.
17)
Folosind formula termenului general al unei progresii aritmetice, $a_n = a_1 + (n-1) \cdot r$, se obține:
$\begin{cases} a_7 + a_{12} = 80 \\ a_3 + a_7 = 44 \end{cases}$
$\begin{cases} a_1 + (7-1) \cdot r + a_1 + (12-1) \cdot r = 80 \\ a_1 + (3-1) \cdot r + a_1 + (7-1) \cdot r = 44 \end{cases}$
$\begin{cases} a_1 + 6r + a_1 + 11r = 80 \\ a_1 + 2r + a_1 + 6r = 44 \end{cases}$
$\begin{cases} 2a_1 + 17r = 80 \\ 2a_1 + 8r = 44 \end{cases}$
Scăzând a doua ecuație din prima ecuație, se obține:
$9r = 36$
$r = 4$
Substituind $r = 4$ în prima ecuație, se obține:
$2a_1 + 17 \cdot 4 = 80$
$2a_1 + 68 = 80$
$2a_1 = 80 - 68$
$2a_1 = 12$
$a_1 = 6$.
18)
Folosind formula termenului general al unei progresii aritmetice, $a_n = a_1 + (n-1) \cdot r$, se obține:
$\begin{cases} a_3 + a_{18} = 71 \\ a_8 + a_{10} = 62 \end{cases}$
$\begin{cases} a_1 + (3-1) \cdot r + a_1 + (18-1) \cdot r = 71 \\ a_1 + (8-1) \cdot r + a_1 + (10-1) \cdot r = 62 \end{cases}$
$\begin{cases} a_1 + 2r + a_1 + 17r = 71 \\ a_1 + 7r + a_1 + 9r = 62 \end{cases}$
$\begin{cases} 2a_1 + 19r = 71 \\ 2a_1 + 16r = 62 \end{cases}$
Scăzând a doua ecuație din prima ecuație, se obține:
$3r = 9$
$r = 3$
Substituind $r = 3$ în prima ecuație, se obține:
$2a_1 + 19 \cdot 3 = 71$
$2a_1 + 57 = 71$
$2a_1 = 71 - 57$
$2a_1 = 14$
$a_1 = 7$.
19)
Folosind formula sumei primilor n termeni ai unei progresii aritmetice, $S_n = \frac{2 \cdot a_1 + (n-1) \cdot r}{2} \cdot n$, se obține:
$S_3 = \frac{2 \cdot a_1 + (3-1) \cdot r}{2} \cdot 3$
$S_{12} = \frac{2 \cdot a_1 + (12-1) \cdot r}{2} \cdot 12$

$\begin{cases} S_3 = 24 \\ S_{12} = 258 \end{cases}$
$\begin{cases} \frac{2\cdot a_1+(3-1)\cdot r}{2} \cdot 3 = 24 \\ \frac{2\cdot a_1+(12-1)\cdot r}{2} \cdot 12 = 258 \end{cases}$
$\begin{cases} (2a_1 + 2r) \cdot 3 = 48 \\ (2a_1 + 11r) \cdot 12 = 516 \end{cases}$
$\begin{cases} 6a_1 + 6r = 48 \\ 24a_1 + 132r = 516 \end{cases}$
Prima ecuație se împarte cu 6.
A doua ecuație se împarte cu 12.
$\begin{cases} a_1 + r = 8 \\ 2a_1 + 11r = 43 \end{cases}$
Cel mai mic multiplu comun al coeficienților necunoscutei a_1 este $[1, 2] = 2$
Prima ecuație se înmulțește cu 2.
$\begin{cases} 2a_1 + 2r = 16 \\ 2a_1 + 11r = 43 \end{cases}$
Scăzând prima ecuație din a doua ecuație, se obține:
$9r = 27$
$r = 3.$
Substituind $r = 3$ în prima ecuație, se obține:
$2a_1 + 2 \cdot 3 = 16$
$2a_1 + 6 = 16$
$2a_1 = 16 - 6$
$2a_1 = 10$
$a_1 = 5.$
20)
Folosind formula sumei primilor n termeni ai unei progresii aritmetice, $S_n = \frac{2\cdot a_1+(n-1)\cdot r}{2} \cdot n$, se obține:
$S_3 = \frac{2\cdot a_1+(3-1)\cdot r}{2} \cdot 3$
$S_{17} = \frac{2\cdot a_1+(17-1)\cdot r}{2} \cdot 17$
$\begin{cases} S_3 = 15 \\ S_{17} = 442 \end{cases}$
$\begin{cases} \frac{2\cdot a_1+(3-1)\cdot r}{2} \cdot 3 = 15 \\ \frac{2\cdot a_1+(17-1)\cdot r}{2} \cdot 17 = 442 \end{cases}$
$\begin{cases} (2a_1 + 2r) \cdot 3 = 30 \\ (2a_1 + 16r) \cdot 17 = 884 \end{cases}$
$\begin{cases} 6a_1 + 6r = 30 \\ 34a_1 + 272r = 884 \end{cases}$
Prima ecuație se împarte cu 6.
A doua ecuație se împarte cu 34.
$\begin{cases} a_1 + r = 5 \\ a_1 + 8r = 26 \end{cases}$
Scăzând prima ecuație din a doua ecuație, se obține:
$7r = 21$
$r = 3.$
Substituind $r = 3$ în prima ecuație, se obține:

$a_1 + \cdot 3 = 5$
$a_1 + 3 = 5$
$a_1 = 5 - 3$
$a_1 = 2.$
21)
Folosind formula sumei primilor n termeni ai unei progresii aritmetice, $S_n = \frac{2 \cdot a_1 + (n-1) \cdot r}{2} \cdot n$, se obține:
$S_9 = \frac{2 \cdot a_1 + (9-1) \cdot r}{2} \cdot 9$
$S_{16} = \frac{2 \cdot a_1 + (16-1) \cdot r}{2} \cdot 16$
$\begin{cases} S_9 = 198 \\ S_{16} = 576 \end{cases}$
$\begin{cases} \frac{2 \cdot a_1 + (9-1) \cdot r}{2} \cdot 9 = 198 \\ \frac{2 \cdot a_1 + (16-1) \cdot r}{2} \cdot 16 = 576 \end{cases}$
$\begin{cases} (2a_1 + 8r) \cdot 9 = 396 \\ (2a_1 + 15r) \cdot 16 = 1152 \end{cases}$
$\begin{cases} 18a_1 + 72r = 396 \\ 32a_1 + 240r = 1152 \end{cases}$
Prima ecuație se împarte cu 18.
A doua ecuație se împarte cu 16.
$\begin{cases} a_1 + 4r = 22 \\ 2a_1 + 15r = 72 \end{cases}$
Cel mai mic multiplu comun al coeficienților necunoscutei a_1 este $[1, 2] = 2$
Prima ecuație se înmulțește cu 2.
$\begin{cases} 2a_1 + 8r = 44 \\ 2a_1 + 15r = 72 \end{cases}$
Scăzând prima ecuație din a doua ecuație, se obține:
$7r = 28$
$r = 4.$
Substituind $r = 4$ în prima ecuație, se obține:
$2a_1 + 8 \cdot 4 = 44$
$2a_1 + 32 = 44$
$2a_1 = 44 - 32$
$2a_1 = 12$
$a_1 = 6.$
22)
Se determină mai întâi primul termen și rația progresii aritmetice.
Folosind formula termenului general al unei progresii aritmetice, $a_n = a_1 + (n-1) \cdot r$, se obține:
$\begin{cases} a_3 = 15 \\ a_{18} = 75 \end{cases}$
$\begin{cases} a_1 + (3-1) \cdot r = 15 \\ a_1 + (18-1) \cdot r = 75 \end{cases}$
$\begin{cases} a_1 + 2r = 15 \\ a_1 + 17r = 75 \end{cases}$
Scăzând prima ecuație din a doua ecuație, se obține:
$15r = 60$
$r = 4$
Substituind $r = 4$ în prima ecuație, se obține:

$a_1 + 2 \cdot 4 = 15$
$a_1 + 8 = 15$
$a_1 = 15 - 8$
$a_1 = 7$.

Folosind din nou formula termenului general al unei progresii aritmetice, se verifică dacă există $n \in \mathbb{N}$ astfel încât $a_n = 44$.

$a_1 + (n-1) \cdot r = 44$
$7 + (n-1) \cdot 4 = 44$
$(n-1) \cdot 4 = 37$
$n - 1 = \frac{37}{4} \notin \mathbb{N}$

Deci 44 nu este termen al progresiei aritmetice $(a_n)_{n \geq 1}$.

23)

Se determină mai întâi primul termen și rația progresii aritmetice.

Folosind formula termenului general al unei progresii aritmetice, $a_n = a_1 + (n-1) \cdot r$, se obține:

$\begin{cases} a_8 = 36 \\ a_{30} = 146 \end{cases}$

$\begin{cases} a_1 + (8-1) \cdot r = 36 \\ a_1 + (30-1) \cdot r = 146 \end{cases}$

$\begin{cases} a_1 + 7r = 36 \\ a_1 + 29r = 146 \end{cases}$

Scăzând prima ecuație din a doua ecuație, se obține:

$22r = 110$
$r = 5$

Substituind $r = 5$ în prima ecuație, se obține:

$a_1 + 7 \cdot 5 = 36$
$a_1 + 35 = 36$
$a_1 = 36 - 35$
$a_1 = 1$.

Folosind din nou formula termenului general al unei progresii aritmetice, se verifică dacă există $n \in \mathbb{N}$ astfel încât $a_n = 252$.

$a_1 + (n-1) \cdot r = 252$
$1 + (n-1) \cdot 5 = 252$
$(n-1) \cdot 5 = 251$
$n - 1 = \frac{251}{5} \notin \mathbb{N}$

Deci 252 nu este termen al progresiei aritmetice $(a_n)_{n \geq 1}$.

24)

Se determină mai întâi primul termen și rația progresii aritmetice.

Folosind formula termenului general al unei progresii aritmetice, $a_n = a_1 + (n-1) \cdot r$, se obține:

$\begin{cases} a_{12} = 41 \\ a_{24} = 77 \end{cases}$

$\begin{cases} a_1 + (12-1) \cdot r = 41 \\ a_1 + (24-1) \cdot r = 77 \end{cases}$

$\begin{cases} a_1 + 11r = 41 \\ a_1 + 23r = 77 \end{cases}$

Scăzând prima ecuație din a doua ecuație, se obține:

$12r = 36$
$r = 3$

Substituind $r = 3$ în prima ecuație, se obține:

$a_1 + 11 \cdot 3 = 41$

$a_1 + 33 = 41$
$a_1 = 41 - 33$
$a_1 = 8$.

Folosind din nou formula termenului general al unei progresii aritmetice, se verifică dacă există $n \in \mathbb{N}$ astfel încât $a_n = 143$.

$a_1 + (n-1) \cdot r = 143$
$8 + (n-1) \cdot 3 = 143$
$(n-1) \cdot 3 = 135$
$n - 1 = 45$
$n = 46$

Deci 143 este al 46-lea termen al progresiei aritmetice $(a_n)_{n \geq 1}$, adică $a_{46} = 143$.

25)

Se determină mai întâi primul termen și rația progresii aritmetice.

Folosind formula termenului general al unei progresii aritmetice, $a_n = a_1 + (n-1) \cdot r$, se obține:

$\begin{cases} a_7 = 22 \\ a_{11} = 34 \end{cases}$

$\begin{cases} a_1 + (7-1) \cdot r = 22 \\ a_1 + (11-1) \cdot r = 34 \end{cases}$

$\begin{cases} a_1 + 6r = 22 \\ a_1 + 10r = 34 \end{cases}$

Scăzând prima ecuație din a doua ecuație, se obține:

$4r = 12$
$r = 3$

Substituind $r = 3$ în prima ecuație, se obține:

$a_1 + 6 \cdot 3 = 22$
$a_1 + 18 = 22$
$a_1 = 22 - 18$
$a_1 = 4$.

Folosind formula sumei primilor n termeni ai unei progresii aritmetice, $S_n = \frac{2 \cdot a_1 + (n-1) \cdot r}{2} \cdot n$, se obține:

$S_{36} = \frac{2 \cdot a_1 + (36-1) \cdot r}{2} \cdot 36$
$S_{36} = \frac{2 \cdot 4 + 35 \cdot 3}{2} \cdot 36$
$S_{36} = \frac{113}{2} \cdot 36$
$S_{36} = 2034$.

26)

Se determină mai întâi primul termen și rația progresii aritmetice.

Folosind formula termenului general al unei progresii aritmetice, $a_n = a_1 + (n-1) \cdot r$, se obține:

$\begin{cases} a_2 = 12 \\ a_{15} = 103 \end{cases}$

$\begin{cases} a_1 + (2-1) \cdot r = 12 \\ a_1 + (15-1) \cdot r = 103 \end{cases}$

$\begin{cases} a_1 + 1r = 12 \\ a_1 + 14r = 103 \end{cases}$

Scăzând prima ecuație din a doua ecuație, se obține:

$13r = 91$
$r = 7$

Substituind $r = 7$ în prima ecuație, se obține:

$a_1 + 1 \cdot 7 = 12$
$a_1 + 7 = 12$

$a_1 = 12 - 7$
$a_1 = 5$.
Folosind formula sumei primilor n termeni ai unei progresii aritmetice, $S_n = \frac{2 \cdot a_1 + (n-1) \cdot r}{2} \cdot n$, se obține:
$S_{45} = \frac{2 \cdot a_1 + (45-1) \cdot r}{2} \cdot 45$
$S_{45} = \frac{2 \cdot 5 + 44 \cdot 7}{2} \cdot 45$
$S_{45} = \frac{318}{2} \cdot 45$
$S_{45} = 7155.$
27)
Se determină mai întâi primul termen și rația progresii aritmetice.
Folosind formula termenului general al unei progresii aritmetice, $a_n = a_1 + (n-1) \cdot r$, se obține:
$\begin{cases} a_5 = 25 \\ a_{22} = 93 \end{cases}$
$\begin{cases} a_1 + (5-1) \cdot r = 25 \\ a_1 + (22-1) \cdot r = 93 \end{cases}$
$\begin{cases} a_1 + 4r = 25 \\ a_1 + 21r = 93 \end{cases}$
Scăzând prima ecuație din a doua ecuație, se obține:
$17r = 68$
$r = 4$
Substituind $r = 4$ în prima ecuație, se obține:
$a_1 + 4 \cdot 4 = 25$
$a_1 + 16 = 25$
$a_1 = 25 - 16$
$a_1 = 9$.
Folosind formula sumei primilor n termeni ai unei progresii aritmetice, $S_n = \frac{2 \cdot a_1 + (n-1) \cdot r}{2} \cdot n$, se obține:
$S_{40} = \frac{2 \cdot a_1 + (40-1) \cdot r}{2} \cdot 40$
$S_{40} = \frac{2 \cdot 9 + 39 \cdot 4}{2} \cdot 40$
$S_{40} = \frac{174}{2} \cdot 40$
$S_{40} = 3480.$
28)
Folosind formula sumei primilor n termeni ai unei progresii aritmetice, $S_n = \frac{2 \cdot a_1 + (n-1) \cdot r}{2} \cdot n$, se obține:
$S_9 = \frac{2 \cdot a_1 + (9-1) \cdot r}{2} \cdot 9$ și $S_{12} = \frac{2 \cdot a_1 + (12-1) \cdot r}{2} \cdot 12.$
Cum $S_{12} - S_9 = 126$, are loc:
$\frac{2 \cdot a_1 + 11 \cdot r}{2} \cdot 12 - \frac{2 \cdot a_1 + 8 \cdot r}{2} \cdot 9 = 126$
$(2a_1 + 11r) \cdot 12 - (2a_1 + 8r) \cdot 9 = 252$
$24a_1 + 132r - 18a_1 - 72r = 252$
$6a_1 + 60r = 252.$
Se împarte egalitatea cu 6 și se obține:
(*) $a_1 + 10r = 42.$
Folosind formula termenului general al unei progresii aritmetice, $a_n = a_1 + (n-1) \cdot r$, se obține:
$a_7 - a_4 = 12$
$(a_1 + 6r) - (a_1 + 3r) = 12$
$a_1 + 6r - a_1 - 3r = 12$
$3r = 12$
$r = 4.$
Se substituie $r = 4$ în egalitatea (*):
$a_1 + 10 \cdot 4 = 42$

$a_1 + 40 = 42$
$a_1 = 2.$

29)
Folosind formula sumei primilor n termeni ai unei progresii aritmetice, $S_n = \frac{2 \cdot a_1 + (n-1) \cdot r}{2} \cdot n$, se obține:
$S_5 = \frac{2 \cdot a_1 + (5-1) \cdot r}{2} \cdot 5$ și $S_{11} = \frac{2 \cdot a_1 + (11-1) \cdot r}{2} \cdot 11.$
Cum $S_{11} - S_5 = 228$, are loc:
$\frac{2 \cdot a_1 + 10 \cdot r}{2} \cdot 11 - \frac{2 \cdot a_1 + 4 \cdot r}{2} \cdot 5 = 228$
$(2a_1 + 10r) \cdot 11 - (2a_1 + 4r) \cdot 5 = 456$
$22a_1 + 110r - 10a_1 - 20r = 456$
$12a_1 + 90r = 456.$
Se împarte egalitatea cu 6 și se obține:
(*) $2a_1 + 15r = 76.$
Folosind formula termenului general al unei progresii aritmetice, $a_n = a_1 + (n-1) \cdot r$, se obține:
$a_5 - a_2 = 12$
$(a_1 + 4r) - (a_1 + r) = 12$
$a_1 + 4r - a_1 - r = 12$
$3r = 12$
$r = 4.$
Se substituie $r = 4$ în egalitatea (*):
$2a_1 + 15 \cdot 4 = 76$
$2a_1 + 60 = 76$
$2a_1 = 16$
$a_1 = 8.$

30)
Folosind formula sumei primilor n termeni ai unei progresii aritmetice, $S_n = \frac{2 \cdot a_1 + (n-1) \cdot r}{2} \cdot n$, se obține:
$S_9 = \frac{2 \cdot a_1 + (9-1) \cdot r}{2} \cdot 9$ și $S_{16} = \frac{2 \cdot a_1 + (16-1) \cdot r}{2} \cdot 16.$
Cum $S_{16} - S_9 = 546$, are loc:
$\frac{2 \cdot a_1 + 15 \cdot r}{2} \cdot 16 - \frac{2 \cdot a_1 + 8 \cdot r}{2} \cdot 9 = 546$
$(2a_1 + 15r) \cdot 16 - (2a_1 + 8r) \cdot 9 = 1092$
$32a_1 + 240r - 18a_1 - 72r = 1092$
$14a_1 + 168r = 1092.$
Se împarte egalitatea cu 14 și se obține:
(*) $a_1 + 12r = 78.$
Folosind formula termenului general al unei progresii aritmetice, $a_n = a_1 + (n-1) \cdot r$, se obține:
$a_{12} - a_6 = 36$
$(a_1 + 11r) - (a_1 + 5r) = 36$
$a_1 + 11r - a_1 - 5r = 36$
$6r = 36$
$r = 6.$
Se substituie $r = 6$ în egalitatea (*):
$a_1 + 12 \cdot 6 = 78$
$a_1 + 72 = 78$
$a_1 = 6.$