

CONCURSUL NAȚIONAL DE MATEMATICĂ APLICATĂ
"ADOLF HAIMOVICI"
ETAPA JUDEȚEANĂ - 1 martie 2008

Filiera teoretică, profil umanist

BAREM DE CORECTARE CLASA A IX-A

Subiectul I (7p)

Dacă presupunem $0 \in B \Rightarrow (\exists) a \in A$ astfel încât $0 - a = 1 \Rightarrow a = -1 \in A$ FALS
 deci $0 \in A$ 2p
 din $0 \in A \Rightarrow 0 + b = 5 \in B$
 din $5 \in B \Rightarrow (\exists) a \in A$ cu $5 - a = 1$ deci $4 \in A$;
 din $4 \in A \Rightarrow (\exists) b \in B$ astfel ca $4 + b = 5$, deci $b = 1 \in B$ 2p
 dacă presupunem $2 \in B \Rightarrow (\exists) a \in A$ astfel ca $2 - a = 1$, deci $a = 1 \in A$
 contradicție cu $A \cap B = \emptyset$, deci $2 \in A$ 2p
 $2 \in A \Rightarrow 3 \in B$
 Finalizare $A = \{0, 2, 4\}$ și $B = \{1, 3, 5\}$ 1p

Subiectul II (7p)

Considerăm $f : R \rightarrow R, f(x) = ax + b$. Condiția $A(-2, -3) \in G_f, B(3, 7) \in G_f$
 se traduce prin $\begin{cases} f(-2) = -3 \\ f(3) = 7 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -2a + b = -3 \\ 3a + b = 7 \end{cases} \Rightarrow f(x) = 2x + 1$ 3p
 a) $\frac{f(a) - f(b)}{a - b} = 2 \in N$ 2p
 b) $x[1 + f(x)] + 1 > 0 \Leftrightarrow 2x^2 + 2x + 1 > 0 \Leftrightarrow x^2 + (x + 1)^2 > 0$ 2p

Subiectul III (7p)

a) $b = -2, f(x) = ax^2 - 2(a - 2)x + a, \Delta = 16(1 - a)$ 1p
 $\begin{cases} x_v = \frac{a - 2}{a} \\ y_v = \frac{4(a - 1)}{a} \end{cases}$ 1p
 $\begin{cases} x_v = 1 - \frac{2}{a} \in Z \Rightarrow a \in \{\pm 1, \pm 2\} \\ y_v = 4 - \frac{4}{a} \in Z \Rightarrow a \in \{\pm 1, \pm 2, \pm 4\} \end{cases}$ 1p
 În concluzie $a \in \{\pm 1, \pm 2\}$ 1p
 b) $a = 1 f(x) = x^2 - 2(b + 1)x + 1, \Delta = 4(b^2 + 2b)$ 1p

CONCURSUL NAȚIONAL DE MATEMATICĂ APLICATĂ
"ADOLF HAIMOVICI"
ETAPA JUDEȚEANĂ - 1 martie 2008

Filiera teoretică, profil umanist

Δ trebuie să fie pătrat perfect $\Rightarrow b^2 + 2b = c^2 \Rightarrow (b+1)^2 = c^2 + 1$1p

$\Leftrightarrow (b+1-c)(b+1+c) = 1$ cu soluțiile $b = c = 0$, deci $f(x) = x^2 - 2x + 1$ și

$b = -2, c = 0 \Rightarrow f(x) = x^2 + 2x + 1$1p

Subiectul IV(7p)

$n =$ nr. de luni; pentru firma A formăm progresia aritmetică $a_n = 400 - (n-1) \cdot 40$

iar pentru firma B progresia aritmetică $b_n = 200 + (n-1) \cdot 10$ 3p

Firmele A și B au aceeași cotație $a_n = b_n \Rightarrow n = 5$ luni2p

Firma A ajunge la faliment când $a_n = 0 \Rightarrow n = 11$ luni.....2p