

CONCURSUL NAȚIONAL DE MATEMATICĂ APLICATĂ
"ADOLF HAIMOVICI"
ETAPA JUDEȚEANĂ - 1 martie 2008

Filiera teoretică, profil umanist

CLASA A X A

1. Se consideră funcția $f: (0, \infty) \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = \sqrt[3]{6 + \sqrt{x}}$
 - a) Să se studieze monotonia funcției.
 - b) Să se arate că există o infinitate de valori a astfel încât $f(a)$ să fie număr rațional.
 - c) Să se rezolve în $(0, \infty)$ ecuația $f(x) = 2^{5-x}$.

2.
 - a) Să se determine x astfel încât: $(3 - 2\sqrt{2})^x + 1 \leq 6(\sqrt{2} - 1)^x$
 - b) Să se demonstreze că oricare ar fi $x_1, x_2, x_3 \in (0, 1)$ sau $x_1, x_2, x_3 \in (1, \infty)$ este adevărată inegalitatea: $\log_{x_1}(x_2 x_3) + \log_{x_2}(x_1 x_3) + \log_{x_3}(x_1 x_2) \geq 6$

3.
 - a) Să se determine coeficientul lui x^2 în expresia: $(1+x)^3 + (1+x)^4 + \dots + (1+x)^{n+2}$.
 - b) Să se demonstreze identitatea: $(C_{2n}^0)^2 - (C_{2n}^1)^2 + (C_{2n}^2)^2 - \dots + (C_{2n}^{2n})^2 = (-1)^n C_{2n}^n$

4.
 - a) Să se calculeze valoarea obținută de un capital de 10000 u.m. depuse cu dobândă compusă timp de 5 ani, știind că dobânda anuală este de 4%.

 - b) Calculați suma S necesară pentru amortizarea unei datorii de 120000 u.m. rambursabilă în 25 de ani, dacă dobânda pentru împrumut este de 5,5% pe an.

Nota: Timp de lucru 3 ore
Toate subiectele sunt obligatorii
Fiecare subiect este notat de la 0 la 7