

CONCURSUL NAȚIONAL DE MATEMATICĂ APLICATĂ
"ADOLF HAIMOVICI"
ETAPA JUDEȚEANĂ - 1 martie 2008

Filiera teoretică, profil umanist , specializarea științe sociale

CLASA A XII-A

1. În sistemul de coordonate xOy se consideră punctele $A_n(n, n+2)$ ($\forall n \in \mathbb{N}$).

Notăm cu $M = \{O, A_0, A_1, \dots, A_{2008}\}$

- a) Scrieți ecuația dreptei A_0A_1 ;
- b) Arătați că $A_n \in A_0A_1$;
- c) Calculați aria triunghiului ΔOA_0A_1 ;
- d) Care este numărul dreptelor care trec prin cel puțin două puncte ale mulțimii M ?

2. În mulțimea $M_3(\mathbb{R})$ considerăm matricile $A = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$ și $B = I_3 + A$.

- a) Să se arate că matricea B este inversabilă și inversa ei este $I_3 - A + A^2$;
- b) Să se arate că dacă $X \in M_3(\mathbb{R})$ și $XA = AX$ atunci (\exists) $a, b, c \in \mathbb{R}$, astfel încât

$$X = \begin{pmatrix} a & b & c \\ 0 & a & b \\ 0 & 0 & a \end{pmatrix};$$

- c) Să se arate că ecuația $X^3 = A$ nu are soluții în $M_3(\mathbb{R})$.

3. Fie $A \in M_3(\mathbb{R})$ o matrice inversabilă. Să se arate că dacă matricile $I_3 + A$ și $I_3 + A^{-1}$ sunt inversabile atunci suma inverselor lor este I_3 .

4. Dacă (G, \cdot) este un grup, $G = \{a, b, c, d\}$, atunci există un singur mod de a completa tabelul

\cdot	a	b	c	d
a	d			
b				
c				c
d			c	

Nota: Timp de lucru 3 ore
Toate subiectele sunt obligatorii
Fiecare subiect este notat de la 0 la 7