

**CONCURSUL NAȚIONAL DE MATEMATICĂ APLICATĂ**  
**"ADOLF HAIMOVICI"**  
**ETAPA JUDEȚEANĂ - 7 martie 2009**

**Filiera tehnologică : profil servicii, și resurse naturale și protecția mediului**

**BAREM CLASA a IX-a**

1. a)  $a_{n+1} - a_n = 2 \Rightarrow (a_n)$  progresie aritmetică,  $a_1 = 1, r = 2$  .....1,5 p

$\frac{b_{n+1}}{b_n} = 4 \Rightarrow (b_n)$  progresie geometrică,  $b_1 = 2, q = 4$  .....1,5p

b)  $a_1 + a_2 + \dots + a_n = \frac{(a_1 + a_n)n}{2} = n^2$  .....1p

$n^2 = 2009^2 \Rightarrow n = 2009$  .....1p

c)  $S = b_1 \cdot \frac{q^{2009} - 1}{q - 1}$  .....1p

$S = 2 \cdot \frac{2^{4018} - 1}{3}$  .....1p

**TOTAL 7 puncte**

2. Singurul punct din care sunt numai plecări este C, deci traseul începe din C.....2p

Singurul punct în care sunt numai sosiri este F, așadar traseul se termină în F.....1p

Variante posibile:

$C \rightarrow B \rightarrow A \rightarrow F$  (blocat).....1p

$\left. \begin{array}{l} C \rightarrow D \rightarrow A \rightarrow F \text{ (blocat)} \\ C \rightarrow D \rightarrow B \rightarrow A \rightarrow F \text{ (blocat)} \end{array} \right\}$  .....1p

$C \rightarrow E \rightarrow A \rightarrow F$  (blocat)

$C \rightarrow E \rightarrow B \rightarrow A \rightarrow F$  (blocat)

$C \rightarrow E \rightarrow D \rightarrow A \rightarrow F$  (blocat)

$C \rightarrow E \rightarrow D \rightarrow B \rightarrow A \rightarrow F$  (convine)

$C \rightarrow E \rightarrow F$  (blocat).....1p

Drumul unic este  $C \rightarrow E \rightarrow D \rightarrow B \rightarrow A \rightarrow F$  .....1p

**TOTAL 7 puncte**

3. a)  $\overline{BN} = \overline{BC} + \overline{CN} = \overline{BC} + \frac{1}{3}\overline{CA} = \overline{BC} + \frac{1}{3}(\overline{CB} + \overline{BA}) = \frac{2}{3}\overline{BC} + \frac{1}{3}\overline{BA}$  .....2p

$\overline{BQ} = \frac{1}{2}(\overline{BM} + \overline{BP}) = \frac{1}{4}\overline{BC} + \frac{1}{8}\overline{BA}$  .....2p

b)  $\overline{BQ} = \frac{3}{8}\overline{BN}$  .....1p

$B, Q, N$  coliniare.....1p

$\frac{BQ}{BN} = \frac{3}{8} \Rightarrow \frac{BQ}{QN} = \frac{3}{5}$  .....1p

**TOTAL 7 puncte**

**CONCURSUL NAȚIONAL DE MATEMATICĂ APLICATĂ**  
**"ADOLF HAIMOVICI"**  
**ETAPA JUDEȚEANĂ - 7 martie 2009**

**Filiera tehnologică : profil servicii, și resurse naturale și protecția mediului**

4. Fie  $x, y, z > 0$  numerele alese.

Avem  $xyz = 1$  și  $x + y + z > \frac{1}{x} + \frac{1}{y} + \frac{1}{z}$  .....1p

a)  $z = 1 \Rightarrow xy = 1, x + y > \frac{1}{x} + \frac{1}{y}$  .....1p

$x + y > \frac{1}{x} + \frac{1}{y} \Rightarrow xy > 1$ , fals, de unde concluzia .....1p

b) Supraunitare pot fi 0, 1, 2, sau 3 dintre numerele  $x, y, z$ .....1p

- $x, y, z < 1 \Rightarrow xyz < 1$ , fals.....0,5p

- $x < 1, y, z > 1 \Rightarrow (x-1)(y-1)(z-1) < 0 \Rightarrow xyz - xy - xz - yz + x + y + z - 1 < 0 \Rightarrow$

$\Rightarrow x + y + z < \frac{1}{x} + \frac{1}{y} + \frac{1}{z}$ , fals .....1p

- $x, y, z > 1 \Rightarrow xyz > 1$ , fals .....0,5p

Rezultă că unul și numai unul dintre numere poate fi supraunitar .....1p

**TOTAL 7 puncte**