

CONCURSUL NAȚIONAL DE MATEMATICĂ APLICATĂ
"ADOLF HAIMOVICI"
ETAPA JUDEȚEANĂ - 7 martie 2009

Filiera tehnologică : profil servicii, și resurse naturale și protecția mediului

BAREM clasa a XII-a

1. a) $A^3 = I_3$ 2p
 b) Operația este corect definită.....1p
 demonstrează asociativitatea.....0,5p
 determină elementul neutru0,5p
 $A^{-1} = A^2, \forall A \in G$ 1p
 Arată că există $A, B \in G, AB \neq BA$ 1p
 G are $3^3 = 27$ elemente1p
TOTAL 7 puncte

2. $f(x) = 2 + \frac{x(a-8)+b-10}{x^2+4x+5}$ 2p
 $= 2 + \frac{(a-8)(x+2)}{x^2+4x+5} + \frac{b+6-2a}{x^2+4x+5}$ 2p
 $\int f(x)dx = 2x + \frac{a-8}{2} \ln(x^2+4x+5) + (b+6-2a) \arctg(x+2) + C$ 2p
 $\begin{cases} a-8=0 \\ b-2a+6=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a=8 \\ b=10 \end{cases}$ 1p
TOTAL 7 puncte

3. a) $x \in K \Rightarrow x^3 = x^2 \cdot x = x$ 1p
 $x=e$1p
 b) $ab \in K$ 1p
 $ab \neq a, ab \neq b$ 1p
 $ab \neq e$ 1p
 c) f izomorfism $\Rightarrow f(e) = \hat{0}$ 1p
 $x \in K, x^2 = e \Rightarrow f(x^2) = f(e) \Rightarrow 2f(x) = \hat{0} \Rightarrow f(x) = \hat{0}$ sau $f(x) = \hat{2}$, fals...1p
TOTAL 7 puncte

CONCURSUL NAȚIONAL DE MATEMATICĂ APLICATĂ
"ADOLF HAIMOVICI"
ETAPA JUDEȚEANĂ - 7 martie 2009

Filiera tehnologică : profil servicii, și resurse naturale și protecția mediului

4. a) $\operatorname{tg} t = y, f\left(\frac{\pi}{4}\right) = \int_0^1 \frac{y^2 + y}{y^2 + 1} dy \dots\dots\dots 1\text{p}$

$f\left(\frac{\pi}{4}\right) = \int_0^1 \left(1 + \frac{y}{y^2 + 1} - \frac{1}{y^2 + 1}\right) dy \dots\dots\dots 1\text{p}$

$f\left(\frac{\pi}{4}\right) = \left(y + \frac{1}{2} \ln(y^2 + 1) - \operatorname{arctgy}\right) \Big|_0^1 = 1 + \frac{1}{2} \ln 2 - \frac{\pi}{4} \dots\dots\dots 1\text{p}$

b) $f'(x) = \frac{\sin x (\sin x + \cos x)}{\cos^2 x} \dots\dots\dots 1\text{p}$

$f'(x) > 0, x \in \left(0, \frac{\pi}{2}\right), f$ strict crescătoare $\dots\dots\dots 1\text{p}$

$\lim_{\substack{x \rightarrow 0 \\ x > 0}} \frac{f(x)}{x^2} = \lim_{\substack{x \rightarrow 0 \\ x > 0}} \frac{f'(x)}{2x} = \frac{1}{2} \dots\dots\dots 2\text{p}$

TOTAL 7 puncte