CONCURSUL NAȚIONAL DE MATEMATICĂ APLICATĂ
"ADOLF HAIMOVICI"
ETAPA JUDEȚEANĂ - 7 martie 2009

Filiera teoretică, profil umanist

BAREM DE CORECTARE CLASA A X-A

Subiectul I (7p)

a) Pune condiția $x^2 - mx + 1 > 0, \forall x \in \mathbb{R} \Rightarrow \Delta < 0$ 1p

Obține $m \in (-2; 2)$ 1p

b) Justifică monotonia funcției 2p

c) Găsește $x = 2$ 1p

Justifică unicitatea soluției 2p

Subiectul II (7p)

a) . $5^{1+2x} + 6^{1+x} = 30 + 150^x \Leftrightarrow \left(25^x - 6\right)\left(5 - 6^x\right) = 0$ 2p

Găsește $x_1 = \log_{25} 6, x_2 = \log_6 5$ 2p

b) Justifică faptul ca fiecare logaritm e pozitiv 1p

$\log_x y + \log_y z + \log_z x \geq 3\sqrt[3]{\log_x y \cdot \log_y z \cdot \log_z x}$ 2p

Subiectul III (7p)

a) Scrie $C_n^1 + C_n^3 = 2C_n^2 \Rightarrow n = 7$ 1p

$T_6 = 21 \Leftrightarrow C_7^5 \cdot \left(\sqrt{2^{\lg(10-3^x)}}\right)^2 \cdot \left(\sqrt[5]{2^{(x-2)\lg 3}}\right)^5 = 21$ 1p

Obține $3^{2x} - 10 \cdot 3^x + 9 = 0$ 2p

Găsește $x_1 = 2, x_2 = 0$ 1p

b) $C_{n+1}^{k+1} = \dfrac{n+1}{k+1} \cdot C_n^k \Leftrightarrow \dfrac{C_n^k}{k+1} = \dfrac{C_{n+1}^{k+1}}{n+1}$ 1p

Dăm lui k valorile 0, 1, 2,..., n si adunând egalitățile se obține

$C_n^0 + \dfrac{C_n^1}{2} + \dfrac{C_n^2}{3} + \ldots + \dfrac{C_n^n}{n+1} = \dfrac{C_{n+1}^1 + C_{n+1}^2 + \ldots + C_{n+1}^{n+1}}{n+1} = \dfrac{2^{n+1} - C_{n+1}^0}{n+1} = \dfrac{2^{n+1} - 1}{n+1}$ 1p

CONCURSUL NAȚIONAL DE MATEMATICĂ APLICATĂ
"ADOLF HAIMOVICI"
ETAPA JUDEȚEANĂ - 7 martie 2009

Filiera teoretică, profil umanist

Subiectul IV(7p)

a) $S_0 =$ suma inițială si $S_n =$ suma finală, n = nr. de ani, d = dobânda

Găseşte

$S_n = S_0\left(1+\frac{d}{100}\right)^n \Leftrightarrow 2\cdot S_0 = S_0\left(1+\frac{d}{100}\right)^n$ ……………………………………………2p

$(1,03)^n = 2 \Leftrightarrow n = \log_{1,03} 2 < 24$ …………………………………………………………...2p

b) $\mathrm{D} = 1000$ euro, $\mathrm{n} = 4$ ani, $\mathrm{d} = 5\%$

S = suma de plătit periodic timp de n ani

Formula de amortizare a unei datorii D cu dobânda d este

$\mathrm{D}\left(1+\frac{\mathrm{d}}{100}\right)^{\mathrm{n}} = \mathrm{S}\frac{\left(1+\frac{\mathrm{d}}{100}\right)^{\mathrm{n}}-1}{\frac{\mathrm{d}}{100}}$ 1p

$\mathrm{S} = \frac{\frac{\mathrm{d}}{100}\mathrm{D}\left(1+\frac{\mathrm{d}}{100}\right)^{\mathrm{n}}}{\left(1+\frac{\mathrm{d}}{100}\right)^{\mathrm{n}}-1} \Leftrightarrow \mathrm{S} = \frac{0,05\cdot 1000\cdot (1,05)^4}{(1,05)^4-1} \approx 282$ euro 2p