CONCURSUL NAȚIONAL DE MATEMATICĂ APLICATĂ
"ADOLF HAIMOVICI"
ETAPA JUDEȚEANĂ - 7 martie 2009
Filiera teoretică, profil umanist

BAREM CLASA A XII-A

Subiectul I

a) pentru *m=2* se obține soluția $(x,y,z)=(3,1,-1)$ **3p**

b) Pentru *m*=1 obține soluții de forma $(x,1,2-x)$ sau $(2-z,1,z)$ **2p**

În amblele cazuri $E=x^2+1+(2-x)^2=2x^2-4x+5$ **1p**

funcție care îşi atinge minimul în $x_{\min}=1$ şi $E(1)=3$ **1p**

Subiectul II.

a) Din *AX*=*XA* rezultă $X=\begin{pmatrix} x & 0 & z \\ 0 & y & 0 \\ z & 0 & x \end{pmatrix}$ **2p**

$X^2=\begin{pmatrix} x^2+z^2 & 0 & 2xz \\ 0 & y^2 & 0 \\ 2xz & 0 & x^2+z^2 \end{pmatrix}$ **1p**

Finalizare: $X^2=O_3 \Rightarrow x=y=z=0$, deci $X=O_3$ **1p**

b) $X^{1024}=O_3 \Rightarrow \left(X^{512}\right)^2=O_3$ şi cum $X^{512}A=AX^{512} \Rightarrow X^{512}=O_3$ **2p**

Finalizare: $X=O_3$ **1p**

Subiectul III

a) Verifică prin înlocuire relația..**3p**

b) $\begin{cases} x*e_1=x \\ x\circ e_2=x \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} e_1=3 \\ e_2=4 \end{cases}$ **2p**

folosind propietățile elementului neutru obținem

$e_1*e_2+e_1\circ e_2=e_1+e_2=7$ **2p**

Subiectul IV

a) De exemplu $A=\begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & -1 & 1 \\ 1 & 1 & -1 \end{pmatrix}$ sau $B=\begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ -1 & 1 & 1 \\ 1 & -1 & 1 \end{pmatrix}$,etc...**3p**

b) In determinantul asociat unei matrici de acest tip fac $L_1+L_2 \to L_2$

şi $L_1+L_3 \to L_3$ şi obțin în L_2 şi L_3 elemente din mulțimea $\{-2,0,2\}$,

prin scoatere în factori rezultă $4 \mid \det A$ **2p**

$\det A$ are 6 elemente din mulțimea $\{-1,0,1\}$ deci $-6 \le \det A \le 6$ **1p**

Finalizare: $\det A \in \{-4,0,4\}$ **1p**