

CONCURSUL NAȚIONAL DE MATEMATICĂ APLICATĂ
"ADOLF HAIMOVICI"
ETAPA JUDEȚEANĂ - 7 martie 2009

Filiera teoretică, profil umanist

CLASA A X A

1. Se consideră funcția $f: D \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = \log_3(x^2 - mx + 1)$
 - a) Determinați $m \in \mathbb{R}$ astfel încât $D = \mathbb{R}$.
 - b) Pentru $m = 1$ să se studieze monotonia funcției.
 - c) Pentru $m = 1$ să se rezolve în $\left(\frac{1}{2}; +\infty\right)$ ecuația $f(x) = 5 - 2x$.

2.
 - a) Rezolvați ecuația: $5^{1+2x} + 6^{1+x} = 30 + 150^x$
 - b) Demonstrați că $(\forall)x, y, z \in (1; +\infty)$ are loc $\log_x y + \log_y z + \log_z x \geq 3$

3.
 - a) Determinați $x \in \mathbb{R}$ știind că al șaselea termen al dezvoltării binomului $(\sqrt{2^{\lg(10-3^x)}} + \sqrt[5]{2^{(x-2)\lg 3}})^n$ este 21, iar coeficienții binomiali ai termenilor doi, trei și patru sunt în progresie aritmetică.
 - b) Demonstrați că $C_n^0 + \frac{C_n^1}{2} + \frac{C_n^2}{3} + \dots + \frac{C_n^n}{n+1} = \frac{2^{n+1} - 1}{n+1}$; $n \in \mathbb{N}^*$

4.
 - a) Într-o bancă se depune o sumă cu o dobândă compusă de 3%. Arătați că timpul după care capitalul este dublul sumei depuse este mai mic decât 24 ani. Se știe că $\log_{1,03} 2 < 24$.

 - b) Să se calculeze suma S ce se va depune anual într-o bancă pentru amortizarea unei datorii de 1000 euro, rambursabilă în 4 ani dacă dobânda de împrumut este de 5%.

Nota: Timp de lucru 3 ore
Toate subiectele sunt obligatorii
Fiecare subiect este notat de la 0 la 7