

CONCURSUL NAȚIONAL DE MATEMATICĂ APLICATĂ
"ADOLF HAIMOVICI"
ETAPA JUDEȚEANĂ - 13 martie 2010
Filiera teoretică, profil umanist

BAREM DE CORECTARE CLASA A IX-A

1.

a) În relația din enunț facem

$$x \rightarrow 1-x \Rightarrow 2f(1-x) + 3f(x) = -2x + 1 \dots\dots\dots 1p$$

Rezolvă sistemul $\begin{cases} 2f(x) + 3f(1-x) = 2x - 1 \\ 2f(1-x) + 3f(x) = -2x + 1 \end{cases}$ și obține $f(x) = -2x + 1 \dots\dots\dots 2p$

b) Reprezentarea grafică $\dots\dots\dots 1p$

Aria triunghiului determinat de graficul funcției și cele două axe este $\frac{1}{4} \dots\dots\dots 1p$

Valoarea tangentei este 2 $\dots\dots\dots 1p$

Distanța de la originea axelor la reprezentarea grafică a funcției f este $\frac{\sqrt{5}}{5} \dots\dots\dots 1p$

2.

a) Eliminând numitorii se obține $\alpha + \alpha\beta \leq \beta + \beta\alpha \Rightarrow \alpha \leq \beta$ care este adevărată $\dots\dots\dots 3p$

b) Înlocuind $\alpha = a$ și $\beta = b + c$ în relația de la pct.a) obținem $\frac{a}{1+a} \leq \frac{b+c}{1+b+c} \dots\dots\dots 1p$

Demonstrează că $\frac{b+c}{1+b+c} \leq \frac{b}{1+b} + \frac{c}{1+c} \dots\dots\dots 2p$

Din cele două inegalități obține $\frac{a}{1+a} \leq \frac{b}{1+b} + \frac{c}{1+c} \dots\dots\dots 1p$

3.

a) Discriminantul primei ecuații este $\Delta_1 = 4(m^2 - 9) \dots\dots\dots 1p$

Discriminantul celei de-a doua ecuații este $\Delta_2 = 8(9 - m^2) \dots\dots\dots 1p$

Observă că $\Delta_1 = 0 \Leftrightarrow \Delta_2 = 0$ de unde $m = \pm 3 \Rightarrow A = \{-3\}$ sau $A = \{\pm 3\} \dots\dots\dots 1p$

Dacă $\Delta_1 > 0 \Rightarrow \Delta_2 < 0$ sau $\Delta_1 < 0 \Rightarrow \Delta_2 > 0$ deci mulțimea A are două elemente $\dots\dots\dots 1p$

b) $S = 4 + 9 + 14 + \dots + 2009 \Rightarrow S = \frac{(4 + 2009) \cdot 402}{2} \Rightarrow S = 404613 \dots\dots\dots 1p$

Numerele căutate sunt 5, 15, 25, ..., 2005 adică $(2005 - 5) : 10 + 1 = 201$ numere $\dots\dots\dots 1p$

Calculează probabilitatea $P = \frac{201}{2011} \dots\dots\dots 1p$

CONCURSUL NAȚIONAL DE MATEMATICĂ APLICATĂ
"ADOLF HAIMOVICI"
ETAPA JUDEȚEANĂ - 13 martie 2010
Filiera teoretică, profil umanist

4.

a) Notăm x = prețul de la primul magazin, deci la cel de-al doilea prețul va fi $\frac{110}{100} \cdot x$..1p

Prețul la cel de-al treilea magazin va fi $\frac{90}{100} \cdot \frac{110}{100} \cdot x = \frac{99}{100} \cdot x$ 1p

Deci prețul cel mai mic este la cel de-al treilea magazin 1p

b) Volumul cubului inițial este 8^3 cm^3 iar a unui cub obținut după secționare este $8^3 : 2^3 = 64$ 1p

Numărul de cuburi obținute după secționare este $8^3 : 2^3 = 64$ 1p

Sunt $64 \cdot 6 = 384$ fețe din care $16 \cdot 6 = 96$ sunt vopsite, deci 288 de fețe sunt nevopsite 1p

Cantitatea de vopsea necesară este de $\frac{288 \cdot 160}{96} = 480 \text{ g}$ 1p