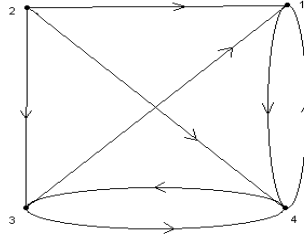


CONCURSUL NAȚIONAL DE MATEMATICĂ APLICATĂ
"ADOLF HAIMOVICI"
ETAPA JUDEȚEANĂ - 13 martie 2010
Filiera teoretică, profil umanist

BAREM DE CORECTARE CLASA A XII-A

1. a) Graful asociat matricei este



.....3p

b) Calculăm puterile matricei A și avem:

$$A^2 = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 & 0 \\ 2 & 0 & 1 & 2 \\ 1 & 0 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 2 \end{pmatrix}, \text{ respectiv } A^3 = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 2 \\ 3 & 0 & 2 & 3 \\ 2 & 0 & 1 & 2 \\ 2 & 0 & 2 & 1 \end{pmatrix} \dots\dots\dots 3p$$

Așadar avem 21 drumuri de lungime trei.....1p

2. a) $A^t = \begin{pmatrix} a_1 & b_1 \\ a_2 & b_2 \\ a_3 & b_3 \end{pmatrix}$ și $B = \begin{pmatrix} a_1^2 + a_2^2 + a_3^2 & a_1b_1 + a_2b_2 + a_3b_3 \\ a_1b_1 + a_2b_2 + a_3b_3 & b_1^2 + b_2^2 + b_3^2 \end{pmatrix} \dots\dots\dots 2p$

$B = \begin{pmatrix} 14 & 28 \\ 28 & 56 \end{pmatrix} \dots\dots\dots 1p$

b) $\det(B) = (a_1^2 + a_2^2 + a_3^2)(b_1^2 + b_2^2 + b_3^2) - (a_1b_1 + a_2b_2 + a_3b_3)^2 =$
 $= (a_1b_2 - a_2b_1)^2 + (a_1b_3 - a_3b_1)^2 + (a_2b_3 - a_3b_2)^2 \geq 0$ (Lagrange) 4p

3.

a) $(a, 15)$ ideală $\Rightarrow a^2 - 675 = 1 \Rightarrow a = \pm 26$ 3p

b) Pentru $(a, b), (c, d)$ ideale avem $ac + 3bd, ab + bc \in \mathbb{Z}$ 1p

și $(ac + 3bd)^2 - 3(ad + bc)^2 = (a^2 - 3b^2)(c^2 - 3d^2) = 1$, deci $(a, b) * (c, d)$, ideală3p

4. Fie $a * b = ab - 2a - 2b + 6 = (a - 2)(b - 2) + 2$ 2p

Legea "*" este asociativă și comutativă 2p

$a * 2 = 2, \forall a \in \mathbb{R}$ 2p

Dup 99 de pași avem $1 * 2 * \dots * 100 = 2$ 1p