

CONCURSUL NAȚIONAL DE MATEMATICĂ APLICATĂ
"ADOLF HAIMOVICI"
ETAPA JUDEȚEANĂ - 13 martie 2010

Filiera teoretică, profil umanist

CLASA A IX-A

1. a) Determinați funcția $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ astfel încât

$$2f(x) + 3f(1-x) = 2x - 1, \forall x \in \mathbb{R}.$$

b) Fie funcția $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = -2x + 1$. Determinați: aria triunghiului mărginit de graficul funcției și axele de coordonate, tangenta unghiului format de graficul funcției și axa Ox , precum și distanța de la originea axelor la graficul funcției f .

2. a) Dacă $0 \leq \alpha \leq \beta$ demonstrați că $\frac{\alpha}{1+\alpha} \leq \frac{\beta}{1+\beta}$.

b) Dacă $a, b, c \geq 0$ astfel încât $0 \leq a \leq b + c$, demonstrați că

$$\frac{a}{1+a} \leq \frac{b}{1+b} + \frac{c}{1+c}.$$

3. a) Să se arate că mulțimea

$$A = \{x \in \mathbb{R} \mid x^2 + 2mx + 9 = 0\} \cup \{x \in \mathbb{R} \mid 2x^2 + 12x + m^2 + 9 = 0\}$$

are unul sau două elemente.

b) Calculați suma numerelor naturale mai mici sau egale decât 2010, care împărțite la 5 dau restul 4. Care este probabilitatea ca alegând un număr natural mai mic sau egal decât 2010 acesta să fie divizibil cu 5 dar să nu fie divizibil cu 10?

4. a) Dorind să-și cumpere un laptop un elev constată că în cel de-al doilea magazin prețul este de 110% din prețul de la primul magazin, iar la al treilea magazin prețul este 90% din prețul de la al doilea magazin. De la care din cele trei magazine ar trebui cumpărat calculatorul?

b) Un cub are muchia de 8 cm. Pentru vopsirea lui se folosesc 160g vopsea. Dacă s-ar tăia cubul vopsit în cuburi cu latura de 2 cm câta vopsea ar mai fi necesară pentru suprafețele noi apărute?

Nota: Timp de lucru 3 ore

Toate subiectele sunt obligatorii

Fiecare subiect este notat de la 0 la 7