

**CONCURSUL NAȚIONAL DE MATEMATICĂ APLICATĂ**  
**"ADOLF HAIMOVICI"**  
**ETAPA JUDEȚEANĂ - 13 martie 2010**

**Filiera teoretică, profil umanist**

**CLASA A XII-A**

1. Considerăm matricea  $A = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}$ , care este matricea asociată unui graf.

- a) Să se reprezinte graful asociat matricei date;
- b) Câte drumuri de lungime trei conține graful ?

2. Se consideră matricea  $A = \begin{pmatrix} a_1 & a_2 & a_3 \\ b_1 & b_2 & b_3 \end{pmatrix} \in M_{2,3}(\mathbb{R})$ , transpusa sa  $A^t \in M_{3,2}(\mathbb{R})$ ,

$B = AA^t$  și punctele  $P_k(a_k, b_k)$ ,  $k \in \{1, 2, 3\}$ .

- a) Să se calculeze matricea  $B$  în cazul  $P_1(1, 2)$ ,  $P_2(2, 4)$ ,  $P_3(-3, -6)$  ;
- b) Să se arate că  $\det(B) \geq 0$ , oricare ar fi punctele  $P_1, P_2, P_3$ .

3. Perechea de numere întregi  $(a, b)$  se numește *ideală* dacă  $a^2 - 3b^2 = 1$ .

- a) Determinați  $a \in \mathbb{Z}$  pentru care perechea  $(a, 15)$  este *ideală*;
- b) Definim compunerea a două perechi de numere întregi prin  $(a, b) * (c, d) = (ac + 3bd, ad + bc)$ . Demonstrați că dacă  $(a, b)$  și  $(c, d)$  sunt perechi *ideale* atunci și compunerea lor este o pereche *ideală*.

4. Pe o tablă sunt scrise numerele  $1, 2, 3, \dots, 99, 100$ . Un elev șterge două numere, fie ele  $a$  și  $b$  și scrie în locul lor numărul  $a * b = ab - 2a - 2b + 6$ . Ce număr va rămâne pe tablă după 99 de pași?

**Nota:** Timp de lucru 3 ore

Toate subiectele sunt obligatorii

Fiecare subiect este notat de la 0 la 7