

**CONCURSUL NAȚIONAL DE MATEMATICĂ APLICATĂ**  
**"ADOLF HAIMOVICI"**  
**ETAPA JUDEȚEANĂ - 12 martie 2011**  
**Filiera tehnologica: profilul servicii, resurse naturale și protecția mediului**

**CLASA a X-a**

**1.** Rezolvați ecuațiile :

a)  $\log_3(x+3) \cdot \log_{x-3} 3 = 2, x \in \mathbb{R};$

b)  $4^x - 9^x = 10^x - 15^x, x \in \mathbb{R}.$

**2.** Fie  $\mathbb{C}$  mulțimea numerelor complexe, atunci:

a) Demonstrați că pentru orice  $z \in \mathbb{C}$ , dacă  $\bar{z} = z$  atunci  $z$  este număr real ( $\bar{z}$  este conjugatul complex al numărului complex  $z$ );

b) Demonstrați că pentru orice două numere  $z_1, z_2 \in \mathbb{C}^*$ ,  $\overline{z_1 + z_2} = \bar{z}_1 + \bar{z}_2$ ,  $\overline{z_1 \cdot z_2} = \bar{z}_1 \cdot \bar{z}_2$  și

$$\overline{\left(\frac{z_1}{z_2}\right)} = \frac{\bar{z}_1}{\bar{z}_2};$$

c) Demonstrați că pentru orice  $z \in \mathbb{C}$ ,  $z + \bar{z}$  și  $z \cdot \bar{z}$  sunt numere reale;

d) Dacă  $z = \frac{2010 + 2011i}{2011 + 2010i}$  arătați că  $z \cdot \bar{z} = 1$  și  $\bar{z}(z^2 + 1) \in \mathbb{R}$ .

**3.** Într-o populație de șoriceci 25% sunt albi iar restul sunt negri. Printre cei albi 50% sunt cu ochi albaștri iar dintre cei negri doar 20% au ochi albaștri. Dacă 99 de șoriceci au ochi albaștri, aflați câți șoriceci sunt în total.

**4.** Un experiment de biochimie cercetează comportamentul unui mediu la o variație tipică de temperatură, pe durate de 10 secunde. Pe parcursul unei desfășurări a experimentului un termostat reglează temperatura mediului cercetat în funcție de factorul *moment*, astfel ca la fiecare moment

$t \in [0; 10]$  temperatura mediului cercetat să fie  $T(t) = \left[ \sqrt{t^2 - 6t + 81} \right]$  grade, în care  $[m]$  înseamnă

partea întregă a numărului  $m$ . (Spre exemplu  $\left[ \sqrt{76} \right] = 8$  deoarece  $\sqrt{76} \in [8; 9)$ ).

a) Aflați temperatura mediului la momentul de început și la momentul final al experimentului;

b) Aflați dacă pe parcursul experimentului se mai înregistrează măcar încă o dată temperatura de la momentul de început și în caz afirmativ determinați un astfel de moment;

c) Demonstrați că termostatul nu permite scăderea temperaturii mediului sub valoarea de 8 grade;

d) Determinați temperatura maximă pe care o atinge mediul pe parcursul experienței;

e) Demonstrați că temperatura maximă este atinsă doar la un singur moment al experimentului.

**Notă:** Timp de lucru 3 ore; Toate subiectele sunt obligatorii; Fiecare subiect este notat cu punctaje de la 0 la 7.