

CONCURSUL NAȚIONAL DE MATEMATICĂ APLICATĂ
"ADOLF HAIMOVICI"
ETAPA JUDEȚEANĂ - 12 martie 2011
Filiera teoretică, profil umanist

BAREM DE CORECTARE CLASA A IX-A

1.

a) Să se demonstreze că $n+1 \leq \sqrt{n(n+3)} < n+2, (\forall) n \in \mathbb{N}^*$

b) Să se calculeze suma

$$S = [\sqrt{2 \cdot 5}] + [\sqrt{3 \cdot 6}] + \dots + [\sqrt{2010 \cdot 2013}], \text{ unde } [x] \text{ este partea întreagă a numărului real } x.$$

Soluție:

a) $n+1 \leq \sqrt{n(n+3)} < n+2 \Rightarrow n^2 + 2n + 1 \leq n^2 + 3n \leq n^2 + 4n + 4$ 4p

b) $[\sqrt{n(n+3)}] = n+1$ 2p

$$S = 3 + 4 + 5 + \dots + 2011 = \frac{(3 + 2011) \cdot 2009}{2} = 1007 \cdot 2009$$
 1p

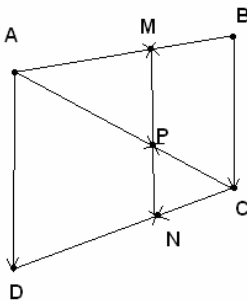
2. Considerăm patrulaterul convex ABCD și punctele $M \in (AB), N \in (CD)$ respectiv $P \in (AC)$ astfel încât $\overline{AM} + 3\overline{BM} = \vec{0}, \overline{DN} + 3\overline{CN} = \vec{0}$ și $\overline{AP} + 3\overline{CP} = \vec{0}$.

Demonstrați că dacă $(BC) \parallel (AD)$, atunci

a) $(MP) \parallel (BC)$;

b) Punctele M, N, P sunt coliniare;

c) $\overline{MN} = \frac{1}{4}(\overline{AD} + 3\overline{BC})$



a) $\overline{AM} = 3\overline{MB}, \overline{AP} = 3\overline{PC} \Rightarrow (MP) \parallel (BC)$ 2p

b) $\overline{AP} = 3\overline{PC}, \overline{DN} = 3\overline{NC} \Rightarrow (PN) \parallel (AD)$ 1p

$(BC) \parallel (AD)$, deci M,N,P sunt coliniare 2p

c) $\overline{MN} = \overline{MP} + \overline{PN} = \frac{3}{4}\overline{BC} + \frac{1}{4}\overline{AD} = \frac{1}{4}(\overline{AD} + 3\overline{BC})$ 2p

3. Lui Doru i-au venit în vizită colegii de clasă. Mama lui l-a întrebat câți oaspeți au venit. Doru a răspuns: "Mai mulți decât șase", dar sora sa de alături a spus: "Mai mulți decât cinci".

Câți colegi i-au venit în vizită lui Doru, dacă se știe că un răspuns este corect și altul nu ?

Soluție:

Fie n numărul colegilor aflați în vizită la Doru.

Dacă presupunem că Doru spune adevărul, atunci sora sa minte, deci sunt mai mulți invitați decât șase și mai puțini decât cinci. CONTRADICȚIE 2p

CONCURSUL NAȚIONAL DE MATEMATICĂ APLICATĂ
"ADOLF HAIMOVICI"
ETAPA JUDEȚEANĂ - 12 martie 2011
Filiera teoretică, profil umanist

Prin urmare Doru minte, deci sora sa spune adevărul 2p

Așadar sunt cel mult șase colegi și mai mulți decât cinci 2p

$\begin{cases} n \leq 6 \\ n > 5 \end{cases}, n \in \mathbb{N} \Rightarrow n = 6$ 1p

4. Să se împrejmuiește un loc în formă de dreptunghi cu un gard lung de 120m. Cât trebuie să fie laturile acestui dreptunghi astfel încât aria locului să fie maximă ?

Soluție:

Realizează un desen corespunzător 1p

Din $2L + 2l = 120 \Rightarrow L + l = 60 \Rightarrow L = 60 - l$ 1p

$A = L \cdot l = (60 - l) \cdot l = 60l - l^2$ 2p

Maximul este atins în vârf deci $A_{max} = -\frac{\Delta}{4a} = \frac{3600}{4} = 900m^2$ 1p

Dreptunghiul căutat este pătratul de latură $l = 30m$ 1p