

**CONCURSUL NAȚIONAL DE MATEMATICĂ APLICATĂ**  
**"ADOLF HAIMOVICI"**  
**ETAPA JUDEȚEANĂ - 12 martie 2011**  
**Filiera teoretică, profil umanist**

**CLASA A XII A**

1. În  $M_3(\mathbf{R})$  se consideră matricea  $A = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 2 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$ .

a) Demonstrați că  $A^3 = O_3$  și  $\det(I_3 + A) \cdot \det(I_3 - A + A^2) = 1$ .

b) Calculați  $2A + 3A^2 + 4A^3 + \dots + 2011A^{2010}$ .

c) Calculați  $(I_3 + A)^n, \forall n \in \mathbf{N}^*$ .

2. Pe mulțimea  $\mathbf{R}$  se definește legea  $x \circ y = \sqrt[3]{x^3 + y^3}, \forall x, y \in \mathbf{R}$ .

a) Demonstrați că  $(\mathbf{R}, \circ)$  este grup comutativ.

b) Determinați  $x, y \in \mathbf{R}$  astfel încât 
$$\begin{cases} x \circ y \circ (-2) = 1 \\ x^3 - y^3 = -7 \end{cases}$$
.

3. Dacă tatăl ar avea cu 7 ani mai mult decât are, atunci vârsta actuală a fiului mai mic ar fi  $\frac{1}{6}$  din vârsta tatălui. Peste 15 ani vârsta fiului mai mare va fi  $\frac{1}{2}$  din vârsta tatălui. Să se determine vârsta fiecăruia, dacă peste 18 ani suma vârstelor celor doi copii va fi egală cu vârsta tatălui.

4. Pentru golirea unui bazin cu apă se utilizează trei robinete. Timpul de funcționare a fiecărui robinet și cantitatea de apă evacuată exprimată în hectolitri sunt în tabelul de mai jos. Să se determine debitul în hl / oră a fiecărui robinet.

Robinetul 1 (nr. ore)	Robinetul 2 (nr. ore)	Robinetul 3 (nr. ore)	Cantitatea de apă evacuată (hl)
2 ore	3 ore	6 ore	220 hl
3 ore	2 ore	6 ore	210 hl
2 ore	2 ore	3 ore	145 hl

Notă: Timp de lucru 3 ore; Toate subiectele sunt obligatorii; Fiecare subiect este notat cu punctaje de la 0 la 7.