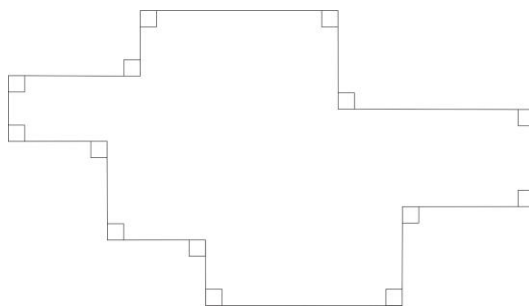


**CONCURSUL NAȚIONAL DE MATEMATICĂ APLICATĂ**  
**"ADOLF HAIMOVICI"**  
**ETAPA JUDEȚEANĂ - 10 martie 2012**  
**Filiera tehnologica: profilul servicii, resurse naturale și protecția mediului**

**CLASA a IX-a**

1. Pe tablă sunt scrise trei numere reale, nenule nu neapărat distincte. Când în locul lor s-au scris produsul lor, suma lor și suma produselor lor luate câte două, s-a constatat că pe tablă au apărut aceleași numere ca și cele inițiale. Care au fost numerele scrise inițial pe tablă?
2. a) Demonstrați că  $(1+a)^n \geq 1+na$ , pentru orice  $n \in \mathbb{N}^*$ ,  $a \in (0, \infty)$ .  
b) Fie  $(a_n)_{n \in \mathbb{N}^*}$  o progresie aritmetică de rație  $r > 0$ , iar  $(b_n)_{n \in \mathbb{N}^*}$  o progresie geometrică de rație  $q > 1$ . Dacă  $a_1 = b_1 > 0$  și  $a_2 = b_2$  arătați că  $b_n \geq a_n$ , pentru orice  $n \in \mathbb{N}^*$  (folosiți eventual inegalitatea de la a)).
3. Fie ABCD un patrulater convex, P mijlocul segmentului  $[AB]$  și  $M \in [BC]$ ,  $N \in [AD]$  astfel încât  $\frac{BM}{BC} = \frac{AN}{AD} = \frac{1}{3}$ .  
a) Exprimați vectorii  $\overrightarrow{PM}$  și  $\overrightarrow{PN}$  în funcție de vectorii  $\overrightarrow{PA}$ ,  $\overrightarrow{PC}$ ,  $\overrightarrow{PD}$ .  
b) Demonstrați că mijloacele segmentelor  $[AB]$ ,  $[MN]$  și  $[CD]$  sunt puncte coliniare.
4. Zidul unei cetăți reprezintă o linie poligonală închisă (vezi figura de mai jos). Fiecare două segmente vecine ale acestei linii poligonale formează un unghi drept. Într-o noapte, un parașutist a aterizat lângă zidul cetății. Acesta nu știe dacă este în interiorul sau în exteriorul cetății. Ocolește zidul cetății și numără câte cotituri face la stânga și câte la dreapta într-un tur complet.



- a) Câte cotituri face parașutistul la dreapta și câte la stânga, dacă ocolește zidul astfel încât acesta să rămână mereu în dreapta sa, în ambele cazuri (ocolire interioară sau ocolire exterioară)?
- b) Cum deduce parașutistul dacă a aterizat în interiorul sau exteriorul cetății?

**Notă:** Timp de lucru 4 ore; Toate subiectele sunt obligatorii; Fiecare subiect este notat cu punctaje de la 0 la 7.