

CONCURSUL NAȚIONAL DE MATEMATICĂ APLICATĂ
"ADOLF HAIMOVICI"
ETAPA JUDEȚEANĂ – 10 martie 2012
Filiera teoretică, profil umanist

CLASA A X A

1. Se consideră mulțimea $A = \{k + \sqrt{n} \mid k \in \mathbb{Z}, n \in \mathbb{N}\}$.
 - a) Să se demonstreze că $\mathbb{Z} \subset A$.
 - b) Să se demonstreze că $\sqrt{2} - 1 \in A$ și $\sqrt{2} + \sqrt{3} \notin A$.
 - c) Să se demonstreze că $\sqrt{101} - 10 \in A \cap \left(0, \frac{1}{20}\right)$.

2. a) Să se demonstreze că: $\log_2 5 \in (2; 3)$;
b) Să se rezolve ecuația $5^{\lg x} - 3^{\lg x - 1} = 3^{\lg x + 1} - 5^{\lg x - 1}$

3. Un șoricel se află la 20 pași de adăpostul său. Pisica se află la 5 sărituri în spatele șoricelului și începe urmărirea simultan cu fuga șoricelului spre adăpost. Când pisica face o săritură, șoricelul face 3 pași. O săritură a pisicii este echivalentă cu 10 pași ai șoricelului. Poate pisica să prindă șoricelul până la intrarea în adăpost ?

4. Un alfabet al extraterestrilor conține doar două litere: A și B. Acest alfabet are următoarea proprietate: Dacă se șterge subcuvântul AB dintr-un cuvânt, sau se introduce într-o oarecare poziție a cuvântului ales subcuvântul BA sau subcuvântul AABB, atunci se obține un cuvânt sinonim cu cel ales. (se acceptă și cuvinte formate dintr-o singură literă)
 - a) Aplicând oricare dintre cele trei operații unui cuvânt ales, diferența dintre numărul de litere A și numărul de litere B se modifică ?
 - b) Cuvintele ABA și BABA sunt sinonime ?

Notă: Timp de lucru 4 ore; Toate subiectele sunt obligatorii; Fiecare subiect este notat cu punctaje de la 0 la 7.