CONCURSUL NAȚIONAL DE MATEMATICĂ APLICATĂ
"ADOLF HAIMOVICI"
ETAPA JUDEȚEANĂ – 10 martie 2012
Filiera teoretică, profil umanist

CLASA A XII A

1. Într-o clasă sunt 22 de elevi, dintre care 12 sunt fete. Să se determine în câte moduri se poate alege un comitet al clasei format din 3 fete şi 2 băieți.

2. Se consideră matricele: $I_3 = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$; $A = \begin{pmatrix} 1 & 3 & 2 \\ 3 & 9 & 6 \\ 2 & 6 & 4 \end{pmatrix}$; $X = \begin{pmatrix} 1 \\ 3 \\ 2 \end{pmatrix}$; $Y = \begin{pmatrix} \ & 3 & 2 \end{pmatrix}$;

$B = I_3 + A$ şi $C = I_3 + aA$, $a \in \mathbb{R}$.

a. Să se calculeze $S = A – XY$

b. Să se determine $a \in$ R astfel încât $BC = I_3$

c. Să se demonstreze că $A^4 = 14^3 \cdot A$ şi apoi faptul că $A^{n+1} = 14^n \cdot A$, $\forall n \in \mathbb{N}^*$

3. Doi elevi E_1 şi E_2 joacă următorul joc:
Înlocuiesc, succesiv elementele unei matrice pătratice de ordinul al doilea cu numere întregi, punând pe fiecare linie câte un număr.
Jocul este început de elevul E_1.
Câştigă jocul elevul care în urma completării tuturor elementelor matricei, face ca modulul determinantului matricei să fie un număr par.
Să se demonstreze că elevul E_2 poate aplica acea strategie care îl duce la câştig, indiferent de numerele completate de elevul E_1.

4. Într-un plan, raportat la reperul ortogonal de axe de coordonate (xOy) se dau punctele: A(0;6); B(a;4); C(-1;4).
a. Să se determine $a \in$ R astfel încât punctele A, B şi C să fie coliniare.
b. Pentru a = 5 să se determine aria triunghiului ABC.
c. Pentru a = 5 să se scrie ecuația medianei corespunzătoare laturii BC.

Notă: *Timp de lucru 4 ore; Toate subiectele sunt obligatorii; Fiecare subiect este notat cu punctaje de la 0 la 7.*