



INSPECTORATUL ȘCOLAR  
JUDEȚEAN IAȘI

# CONCURSUL NAȚIONAL DE MATEMATICĂ APLICATĂ "ADOLF HAIMOVICI"

ETAPA JUDEȚEANĂ  
9 martie 2013

Filiera teoretică, profil umanist



FACULTATEA  
CONSTRUCȚII DE MAȘINI  
ȘI MANAGEMENT INDUSTRIAL

CLASA A XII-A

1. Se consideră matricele:  $A = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix}$ ,  $B = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -1 & -1 \end{pmatrix}$ ,  $C = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$ .

- Demonstrați că  $A^4 = B^3$ .
- Calculați  $AB - BA + C$ .
- Determinați matricea  $X$  astfel încât  $AX + XB = I_2$ .

2. Avem o foaie de hârtie pe care în prima etapă o împărțim în 5 bucăți. În a doua etapă, una dintre aceste bucăți este din nou împărțită în alte 5 bucăți. Apoi, în a treia etapă, una din bucățile obținute în etapa a doua, este împărțită în 5 bucăți. Acest procedeu se repetă de mai multe ori după aceeași regulă.

- Câte bucăți de hârtie se obțin: în a doua etapă, a treia etapă, a patra etapă?
- După repetarea acestui procedeu de mai multe ori, Claudiu și Cristina au numărat pe rând bucățile obținute. Claudiu a spus că sunt 2012 bucăți, iar Cristina a spus că sunt 2013 bucăți. Cine a numărat corect?

3. Într-un reper cartezian ortogonal (XOY) se consideră punctele  $A(2,3)$ ,  $B(2m+1,2)$  și  $C(3,2m+2)$ ,  $m$  fiind un număr real.

- Demonstrați că aria triunghiului ABC este  $S_{ABC} = \frac{1}{2}[(2m-1)^2 + 1]$ .
- Determinați  $m$  pentru care aria triunghiului ABC este minimă.

4. Fie  $a, b, c, x, y$  cinci numere întregi și matricea  $M = \begin{pmatrix} 1 & a & 0 \\ 0 & b & x \\ y & 0 & c \end{pmatrix}$ .

Doi elevi, Teodor și Octavian, joacă următorul joc:

Teodor dă o valoare lui  $a$ , apoi Octavian dă o valoare lui  $x$ .

După aceea, Teodor dă o valoare lui  $b$  și apoi Octavian dă o valoare lui  $y$ .

În final, Teodor dă o valoare lui  $c$ .

Câștigă Teodor numai dacă  $|\det M| = 1$ .

Precizați tripletele  $(a, b, c)$  care asigură victoria lui Teodor, oricare ar fi alegerile făcute de Octavian.

**Notă:** Timp de lucru 4 ore; Toate subiectele sunt obligatorii; Fiecare subiect este notat cu punctaje de la 0 la 7.