INSPECTORATUL ŞCOLAR JUDEŢEAN IAŞI

CONCURSUL NAŢIONAL DE MATEMATICĂ APLICATĂ *"ADOLF HAIMOVICI"*

ETAPA JUDEŢEANĂ
8 martie 2014

FACULTATEA CONSTRUCŢII DE MAŞINI SI MANAGEMENT INDUSTRIAL

Profil Filologie / Ştiinţe Sociale

Clasa a XII-a

1. Se consideră matricea $A=\begin{pmatrix}1 & 2\\ 2 & 4\end{pmatrix}$.

a) Arătaţi că $A^2-5A=O_2$.

b) Calculaţi A^{2014}.

2. Fie matricea $A=\begin{pmatrix}1 & 1 & 1\\ 1 & 1 & 1\\ 1 & 1 & 1\end{pmatrix}$. Să se arate că dacă B este o matrice pătratică de ordinul 3, cu elemente numere reale, astfel încât $A\cdot B = B\cdot A$, atunci suma elementelor de pe fiecare linie şi de pe fiecare coloană a lui B este aceeaşi.

3. Considerăm matricele de forma $A(x)=\begin{pmatrix}1 & x & 2x^2+2x\\ 0 & 1 & 4x\\ 0 & 0 & 1\end{pmatrix}$, unde x este număr real.

a) Demonstraţi că $\left(A(x)-A(y)\right)^{2015}=O_3$, oricare ar fi numerele reale x şi y.

b) Demonstraţi că $A(x)\cdot A(y)=A(x+y)$, oricare ar fi numerele reale x şi y.

c) Determinaţi numărul real x dacă $A(1)\cdot A(x)=I_3$.

3. În reperul cartezian xOy, se consideră punctele $A(-1, 0)$, $B(3, 2)$, $C(-2,1)$, $D(2, 1)$ şi dreapta (d) de ecuaţie $x - y + 1 = 0$. Determinaţi coordonatele punctului M situat pe dreapta (d), ştiind că triunghiurile MAB şi MCD au aceeaşi arie.

Notă: *Timp de lucru 4 ore; Toate subiectele sunt obligatorii; Fiecare subiect este notat cu punctaje de la 0 la 7.*