INSPECTORATUL ŞCOLAR JUDEŢEAN IAŞI

CONCURSUL NAŢIONAL DE MATEMATICĂ APLICATĂ *"ADOLF HAIMOVICI"*

ETAPA JUDEŢEANĂ
14 martie 2015

FACULTATEA CONSTRUCŢII DE MAŞINI ŞI MANAGEMENT INDUSTRIAL

Profil filologie / ştiinţe sociale

BAREM DE CORECTARE ŞI NOTARE
CLASA A XI-A

1. Considerăm un eşantion al unei populaţii statistice. Măsurând înălţimea fiecărei persoane, obţinem rezultatele date în tabelul de mai jos:

Clasa de valori exprimată în cm	Frecvenţa absolută cumulată crescător
$[160,165)$	7
$[165,170)$	23
$[170,175)$	60
$[175,180)$	100
$[180,185)$	111
$[185,190)$	118

a) Calculaţi frecvenţa absolută ce corespunde clasei $[175,180)$.

b) Calculaţi modulul seriei statistice dată prin tabelul de mai sus.

c) Calculaţi înălţimea medie a grupului de persoane din eşantion.

SUBIECTUL NR. 1 – 7 puncte		
a).	Frecvenţa absolută ce corespunde clasei $[175,180)$ este $100-60=40$	2 p.
b).	<u>Modulul</u> (<u>dominanta</u>) unei serii statistice este valoarea centrală a clasei corespunzătoare celei mai mari frecvenţe. Aceasta este în clasa $[175,180)$, deci modulul seriei statistice este $\frac{175+180}{2}=177,5$ (valoarea centrală a unei clase este media aritmetică a valorilor caracteristicii în extremităţile acelei clase)	2 p.
c).	Înălţimea medie (valoarea medie) a grupului de persoane este media ponderată a valorilor centrale. Obţinem: $\frac{7\cdot 162,5+16\cdot 167,5+37\cdot 172,5+40\cdot 177,5+11\cdot 182,5+7\cdot 187,5}{118}\simeq 174,75\ cm.$	3 p.

2. Spunem că o maşină are „*randament bun*” dacă produce cel mult 6% rebuturi. Într-un lot de 980 piese produse de o astfel de maşină s-au găsit 68 piese rebutate.

a) Demonstrați că mașina nu are „*randament bun*”.

b) Care ar fi fost numărul maxim de piese rebutate pentru ca maşina să aibă un „*randament bun*”?

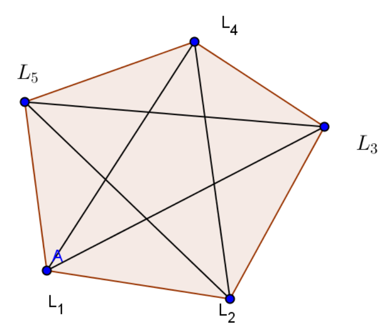
c) Cu cât la sută trebuie redus numărul de piese rebutate pentru ca maşina să aibă un „*randament bun*”?

SUBIECTUL NR. 2 – 7 puncte		
a).	Procentul rebuturilor este $\left(\frac{68}{980}\cdot 100\right)\% \simeq 6{,}94\% > 6$, deci maşina nu are „randament bun”	2 p.
b).	Fie x, numărul maxim de piese rebutate. Ar trebui să avem $\frac{x}{980} \le 0{,}06 \Rightarrow x \le 58{,}8$ Aşadar pentru un „randament bun” ar trebui să avem cel mult 58 de rebuturi	2 p.
c).	Trebuie să reducem numărul pieselor rebutate cu cel puțin 10, adică cu $\left(\frac{10}{68}\cdot 100\right)\% \cong 14{,}7\%$	3 p.

3. Se consideră un graf cu 10 vârfuri şi 45 de muchii.

a) Să se demonstreze că dacă înlăturăm cel mult opt muchii obținem un graf conex.

b) O comună este formată din cinci localități, legate prin şosele ca în figura de mai jos. Dacă cel puțin şapte şosele sunt asfaltate, să se arate că între oricare două localități putem identifica un traseu asfaltat.



SUBIECTUL NR. 3 – 7 puncte		
a).	Deoarece $C_{10}^2 = 45$, rezultă că graful este complet	2 p.
	Aşadar din fiecare vârf pleacă exact 8 muchii. Dacă înlăturăm 8 muchii, rezultă că nici unul dintre cele 10 vârfuri nu este vârf izolat şi nici una dintre cele 37 de muchii rămase nu este izolată față de celelalte. Dacă am presupune că o muchie este izolată, atunci numărul maxim de muchii rămase, după înlăturarea celor 8, ar fi $C_8^2 + 1 = 29 < 37$. Aşadar oricare ar fi două vârfuri, există un drum care le uneşte, deci se obține un subgraf conex. Dacă înlăturăm mai puțin de 8 muchi, cu atât mai mult se obține un graf conex.	2 p.
b).	Din configurația dată deducem că avem un graf complet care are $C_5^2 = 10$ muchii. Cum cel puțin 7 şosele sunt asfaltate rezultă că cel mult 3 şosele sunt neasfaltate.	1 p.
	Din fiecare localitate pleacă exact 4 şosele şi cel puțin 3 sunt neasfaltate, putem	2 p.

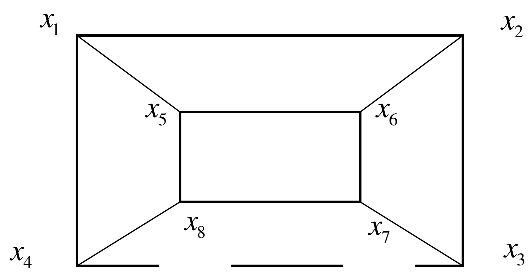
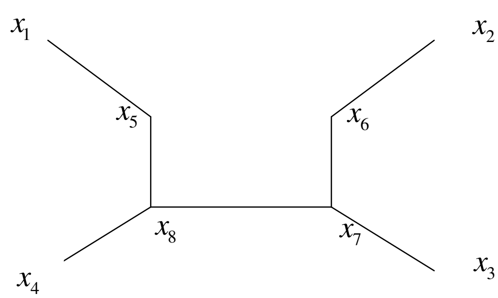
	pleca pe o şosea asfaltată. Prin înlăturarea celor 3 şosele neasfaltate, obținem un <u>graf conex,</u> deci cerința problemei este satisfăcută	

4. Se dă graful $G \equiv \{V, U\}$, unde: $V = \{x_1, x_2, x_3, x_4, x_5, x_6, x_7, x_8\}$ și

$U = \{[x_1, x_2];[x_1, x_4];[x_1, x_5];[x_2, x_3];[x_2, x_6];[x_3, x_4];[x_3, x_7];[x_4, x_8];[x_5, x_6];[x_5, x_8];[x_6, x_7];[x_7, x_8]\}$

a) Să se demonstreze că acest graf admite reprezentare planară.

b) Câte muchii trebuie să eliminăm din acest graf pentru a obține un subgraf arbore cu un număr maxim de muchii? Reprezentați un astfel de subgraf arbore.

<table>
<tr><th colspan="3">SUBIECTUL NR. 4 – 7 puncte</th></tr>
<tr><td rowspan="2">a).</td><td>Una dintre reprezentările planare este dată de figura alăturată

</td><td>3 p.</td></tr>
<tr><td><u>Justificare</u>: Muchiile se intersectează doar în vârfuri</td><td>1 p.</td></tr>
<tr><td rowspan="3">b).</td><td>Un graf conex şi fără cicluri de numeşte arbore</td><td>1 p.</td></tr>
<tr><td>Graful dat are 5 cicluri cu interioare disjuncte două câte două.
Trebuie să eliminăm 5 muchii (câtr una din fiecare ciclu)</td><td>1 p.</td></tr>
<tr><td>O soluție este:

</td><td>1 p.</td></tr>
</table>