



INSPECTORATUL ȘCOLAR
JUDEȚEAN IAȘI

CONCURSUL NAȚIONAL DE MATEMATICĂ APLICATĂ "ADOLF HAIMOVICI"

ETAPA JUDEȚEANĂ
14 martie 2015

Profil Filologie / Științe sociale



FACULTATEA
CONSTRUCȚII DE MAȘINI
ȘI MANAGEMENT INDUSTRIAL

CLASA A XII-A

1. Fie matricele: $A = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 1 \end{pmatrix}$, $I_2 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$, $C = A \cdot B$.

a) Demonstrați că $A^4 = B^6 = I_2$.

b) Demonstrați că $C^n \neq I_2$, pentru orice n număr natural nenul.

2. Se consideră matricea $A = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 0 \end{pmatrix}$.

a) Verificați egalitatea: $A^2 - A - 2I_3 = O_3$.

b) Demonstrați că $A^{2016} + A^{2015} = 2^{2015}(A + I_3)$.

3. Fie a, b, c numere întregi impare distincte și fie punctele $A(b, c)$; $B(c, a)$; $C(a, b)$, și determinantul

$$\Delta = \begin{vmatrix} b & c & 1 \\ c & a & 1 \\ a & b & 1 \end{vmatrix}.$$

a) Demonstrați că are loc egalitatea: $\Delta = -\frac{1}{2}[(a-b)^2 + (b-c)^2 + (c-a)^2]$.

b) Pot fi punctele A, B, C coliniare? Justificați răspunsul!

c) Demonstrați că aria triunghiului ABC este un număr natural.

4. În matricea de mai jos, pe fiecare linie și pe fiecare coloană trebuie să fie două elemente colorate roșu și două elemente colorate negru. Știind că elementele a_{11} , a_{13} și a_{23} sunt colorate roșu, iar a_{34} este colorat negru, aflați ce culori vor avea elementele a_{32} și a_{42} .

$$\begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} & a_{14} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} & a_{24} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} & a_{34} \\ a_{41} & a_{42} & a_{43} & a_{44} \end{pmatrix}.$$

Notă: Timp de lucru 4 ore; Toate subiectele sunt obligatorii; Fiecare subiect este notat cu punctaje de la 0 la 7.